

TITULO DEL CURSO

TEORIA GENERAL DEL METODO DE ELEMENTOS FINITOS.

Código: INGM15

DOCENTE RESPONSABLE A CARGO DEL DICTADO:

Dr. Ing. Sergio Preidikman

OBJETIVOS

Con el advenimiento de la computadora digital, los métodos numéricos se han convertido en una herramienta esencial para el ingeniero moderno. La asignatura prepara al estudiante con las herramientas necesarias para resolver problemas que constituyen el estado del arte en las áreas de matemáticas aplicadas, mecánica de los fluidos, transferencia de calor, termodinámica, mecánica estructural y electromagnetismo. Habiendo completado exitosamente la asignatura, el estudiante se habrá familiarizado con los conceptos fundamentales que conllevaron al desarrollo del Método de los Elementos Finitos. Además, contará con las herramientas teóricas y computacionales necesarias para programar el método y/o utilizar “software” de origen comercial.

DURACION

60 horas (3 créditos).

METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA Y FORMAS DE EVALUACIÓN:

Se dictarán dos clases teórico-prácticas semanales de 2 horas de duración cada una. Las mismas se desarrollarán en aula, con exposición oral, uso de pizarrón y de retroproyector. Se fijarán horarios de consulta de acuerdo a las posibilidades del docente responsable de la asignatura y de los estudiantes inscriptos.

La evaluación se realizará mediante dos exámenes de carácter parcial y mediante la confección de dos programas de computadora. La nota final se calculará de la siguiente manera:

- 1^{er} examen parcial = 25% de la nota final.
- 2^{do} examen parcial = 25% de la nota final.
- Informe que acompaña el primer programa de computadora = 25% de la nota final.
- Informe que acompaña el segundo programa de computadora = 25% de la nota final.

Los exámenes se llevarán a cabo durante el horario de clases y serán resueltos en forma individual. Los dos programas de computadora, que servirán para implementar los conocimientos adquiridos en el curso, como así también los respectivos informes serán realizados en forma individual.

PROGRAMA ANALÍTICO DEL CURSO:

I. INTRODUCCIÓN

Comentarios generales
Conceptos Básicos sobre el Método de los Elementos Finitos (FEM)
Solución de ecuaciones diferenciales ordinarias (ODEs)
Ejemplos y solución de problemas

II. FORMULACIONES INTEGRALES Y MÉTODOS VARIACIONALES

Necesidad de las formulaciones integrales
Algunos conceptos matemáticos y formalismos:
 Problemas de valores iniciales (IVP), problemas de valores en las
 fronteras (BVP) y problemas de autovalores (EP)
 Condiciones de borde Naturales (NBC)
 Condiciones de borde Esenciales (EBC)
Relaciones integrales
Funcionales
El símbolo de variación
Formulación débil de problemas de valores en las fronteras
 Integrales ponderadas
 Formulaciones débiles
 Formas lineales y formas bilineales
 Ejemplos y solución de problemas
Métodos variacionales de aproximación
 El método de Rayleigh-Ritz
 El método de los residuos ponderados
Ejemplos y solución de problemas

III. PROBLEMAS UNI-DIMENSIONALES

PROBLEMAS DE VALORES EN LAS FRONTERAS DE SEGUNDO ORDEN

Pasos básicos para el análisis mediante el Método de los Elementos Finitos
 Modelado del problema
 Discretización del dominio
 Derivación de las ecuaciones para cada elemento
 Conectividad entre elementos
 Imposición de las condiciones de borde
 Solución de las ecuaciones
 Post-procesamiento de la solución
Aplicaciones
 Transferencia de calor
 Mecánica de los fluidos
 Mecánica de sólidos
Problemas

PROBLEMAS DE VALORES EN LAS FRONTERAS DE CUARTO ORDEN

Flexión de vigas como ejemplo de un BVP de cuarto orden
Elemento basado en la teoría de vigas de Euler-Bernoulli
 Ecuaciones gobernantes
 Discretización del dominio

- Derivación de las ecuaciones para cada elemento
- Ensamble de las ecuaciones
- Imposición de las condiciones de borde
- Solución de las ecuaciones
- Post-procesamiento de la solución
- Ejemplos y solución de problemas

IV. ANÁLISIS DE LOS ERRORES ASOCIADOS AL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

- Errores de aproximación
- Medidas de error
- Convergencia de la solución
- Exactitud de la solución
- Ejemplos y solución de problemas

V. INTEGRACIÓN NUMÉRICA E IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL

- Formulaciones Isoparamétricas e Integración Numérica
 - Coordenadas naturales
 - Aproximación de la geometría
 - Formulación Isoparamétrica
 - Integración numérica
- Implementación computacional
 - Comentarios generales
 - Pre-procesamiento de los datos
 - Cálculo de las matrices de cada elemento
 - Ensamblaje de las ecuaciones
 - Imposición de las condiciones de borde
 - Solución de las ecuaciones
 - Post-procesamiento de los resultados
- Ejemplos de programación en FORTRAN 95 y MATLAB®
- Solución de problemas

VI. PROBLEMAS BI-DIMENSIONALES

- Problemas de valores en las fronteras
 - Modelado del problemas bi-dimensionales
 - Discretización mediante el FEM
 - La formulación débil
 - El modelo de Elementos Finitos
 - Funciones de interpolación
 - Evaluación de las matrices de cada elemento
 - Ensamble de las ecuaciones
 - Post-procesamiento de los resultados
 - Problemas con simetría axial (Axi-simétricos)
 - Ejemplos
- Algunos comentarios sobre generación de mallas e imposición de las condiciones de borde
 - Discretización del dominio
 - Generación automática de los datos
 - Imposición de las condiciones de borde
- Aplicaciones

Transferencia de calor
Mecánica de los fluidos
Mecánica de sólidos
Ejemplos y solución de problemas

VII. FUNCIONES DE INTERPOLACIÓN, INTEGRACIÓN NUMÉRICA, CONSIDERACIONES DE MODELADO

“Librerías” de elementos y funciones de interpolación
Elementos Triangulares
Elementos Rectangulares
Elementos Serendípitos
Integración numérica
Transformación de coordenadas
Integración sobre un elemento “maestro” rectangular
Integración sobre un elemento “maestro” triangular
Consideraciones de Modelado
Geometría de los elementos
Generación de mallas
Representación de las cargas
Ejemplos y solución de problemas

VIII. TÓPICOS AVANZADOS

Problemas Tri-dimensionales
Problemas de autovalores y problemas dependientes del tiempo
Formulación de problemas de autovalores
Modelos de elementos finitos
Formulaciones Semi-discretas
Matrices de masa consistentes y “lumped”
Aproximación de la variable temporal
Ecuaciones parabólicas
Ecuaciones Hiperbólicas
Ejemplos y solución de problemas

Bibliografía:

- S. Preidikman, Notas de Clase.
- J. N. Reddy, *An Introduction to the Finite Element Method - 2nd Edition*, McGraw Hill, Inc., New York, 1993.
- K. J. Bathe, *Finite Element Procedures*, Prentice Hall, Inc., Upper Saddle River, New Jersey, 1996.
- T. J.R. Hughes, *The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1987.
- R. D. Cook, D. S. Malkus, and M. E. Plesha, *Concepts and Applications of Finite Element Analysis – 3rd Edition*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1989.
- R. H. Gallagher, *Finite Element Analysis: Fundamentals*, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1975.
- W. B. Bickford, *A First Course in the Finite Element Method*, IRWIN, Boston, 1990.
- J. N. Reddy, *Energy and Variational Methods in Applied Mechanics: With an Introduction to the Finite Element Method*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1984.
- I. H. Shames and C. L. Dym, *Energy and Finite Element Methods in Structural Mechanics*, Taylor & Francis, 1985.

- J. N. Reddy, *Applied Functional Analysis and Variational Methods in Engineering*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1986.
- M. D. Gunzburger, *Finite Element Methods for Viscous Incompressible Flows: A Guide to Theory, Practice, and Algorithms*, Academic Press, Inc., Boston, 1989.
- O. Pironneau, *Finite Element Methods for Fluids*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1989.
- J. Jin, *The Finite Element Method in Electromagnetics*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1993.
- O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor, *The Finite Element Method – 4th Edition – Volume 1: Basic Formulation and Linear Problems*, McGraw Hill, Inc., New York, 1989.
- O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor, *The Finite Element Method – 4th Edition – Volume 2: Solid and Fluid Mechanics, Dynamics, and Non-linearity*, McGraw Hill, Inc., New York, 1991.
- L. J. Segerlind, *Applied Finite Element Analysis – 2nd Edition*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1984.
- G. Strang and G. J. Fix, *An Analysis of the Finite Element Method*, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1973.
- D. Braess, *Finite Elements: Theory, fast solvers, and applications in solid mechanics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1997.