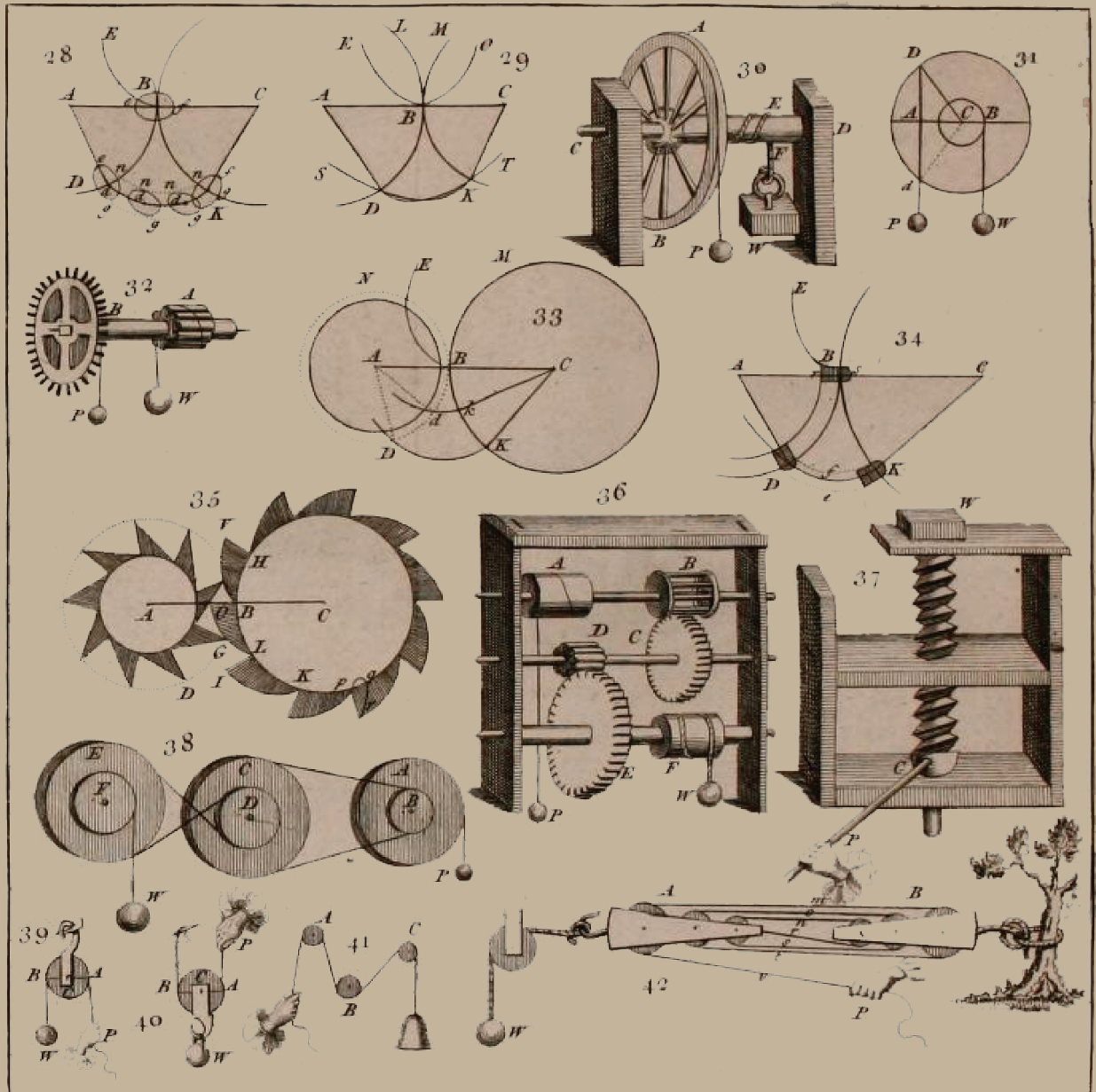


FISICA



Edición 2025

Universidad Nacional de Río Cuarto

Facultad de Ingeniería
Ruta Nacional N° 36, Km 601
www.ing.unrc.edu.ar

Registro de Alumnos
+54 (0358) 4676247
regalum@ing.unrc.edu.ar

Compilado por

Juan Torres y Claudio Ceballos

Información sobre los Derechos de Autor:

Las imágenes usadas en este texto cuentan con la licencia *Creative Commons*.
En los enlaces asociados a cada imagen es posible verificar la fuente. El resto de las imágenes,
dibujos y caricaturas fueron diseñadas y realizadas por los compiladores.

¿Qué significan esos símbolos?

Código QR- Link



Ejemplos

EJe

Ejercicios

EJ

Ecuaciones

Eq

Actividades

Act

Introducción al conocimiento científico

Adaptación del texto de **“Introducción al Conocimiento Científico y a la metodología de la investigación”** de M. Carbonelli, J.C. Esquivel y G. Irazábal, publicado por la Universidad Nacional Arturo Jauretche.

“SI NO PUEDES MEDIR, TU CONOCIMIENTO ES ESCASO E INSATISFACTORIO”.

Leyenda ubicada en la entrada del Social Science Research de la Universidad de Chicago.

“LO ESENCIAL ES INVISIBLE A LOS OJOS”.

Saint-Exupéry en El Principito

Estas dos frases, aparentemente sencillas, que pueden pasar desapercibidas como tantas otras afirmaciones, nos introducen, en una compleja discusión sobre la ciencia, la validación del conocimiento científico, el método científico y las formas de hacer investigación.

En el primer enunciado la investigación se ve restringida al acto de medir. Implícitamente, se establece que solo tendrá valor científico el registro de los elementos observables de la realidad.

Las expectativas, las creencias, los símbolos, las motivaciones, es decir, todos los aspectos subjetivos no forman parte del universo de estudio de la ciencia, pese a que generalmente subyacen a los comportamientos visibles.

De la segunda proposición, despuntan justamente esos factores subjetivos de la realidad, no susceptibles a la observación directa, pero decisivos para la comprensión de aquella.

¿Qué es la ciencia?

¿Cuál es la diferencia del sentido común y de otras formas de conocimiento?

¿Hay un único método científico?

En las ciencias sociales, ¿se puede realizar experimentaciones como en las ciencias naturales?

¿Cuál es la relación entre el científico y la sociedad?

El ocaso de la Edad Media, allá por el siglo XIV, marcó la pérdida de la centralidad de la religión como fundamento del orden social. Hasta ese momento, de la religión emanaban los postulados que legitimaban y explicaban los procesos históricos. Los reyes eran los representantes de la autoridad divina. Los valores religiosos impregnaban la economía, la política y el conocimiento.

La religión era la única legitimada para proporcionar un significado coherente y sistemático del mundo. Era la moral religiosa la encargada de definir el bien, el mal, lo correcto, lo incorrecto, además del origen de la humanidad y el sentido de la vida humana.

El advenimiento de la Modernidad trajo aparejado un proceso de emancipación de las esferas sociales (en política, economía, ciencia y arte) frente a la tutela religiosa. Surge la ciencia moderna y, con ella, emerge una discusión sobre la definición de las normas y herramientas que validarán el conocimiento. O, en otros términos, los parámetros de demarcación de la ciencia.

Nace la *epistemología* como disciplina que estudia las condiciones de producción y validación del conocimiento científico.

En tanto actividad social, el campo científico se compone de hombres y mujeres que han confrontado ideas, ideologías y posiciones en torno a cuáles son los criterios a adoptar y procedimientos a seguir para ser reconocida una producción científica.

Distintas corrientes epistemológicas han dejado su huella en los debates de cómo hacer ciencia.

Algunos parten de la experiencia (el mundo empírico, los datos de la realidad) para arribar a afirmaciones teóricas. El mundo empírico sería interpelado objetivamente y susceptible de ser aprehendido por medio de la percepción sensorial. Otros invierten la ecuación: solo desde un andamiaje teórico es posible abordar criteriosamente aspectos de la realidad social.

Quienes la investigan no captan esa realidad a modo de reflejo, sino elaboran lecturas, interpretaciones de esta a partir de un marco conceptual. En función de las subjetividades, afinidades y coincidencias, los lectores de este Módulo adscriben a uno u otro paradigma. O tal vez, tomarán fragmentos de cada uno para elaborar su propia construcción referencial.

Es indudable que la producción de conocimiento científico tiene un basamento **empírico**. Pero ese derivarse de los hechos no se acota simplemente a lo que se ve. En primer lugar porque lo que se “ve”, no es algo totalmente objetivado, está permeado por los sentidos que el investigador porta consigo, consciente o inconscientemente. Sentidos que responden a contextos históricos, culturales y sociales.

En esa línea argumental, se considera el complejo mundo de la **“realidad”** como una construcción social. El modo como vemos la realidad que nos circunda depende de nuestras biografías, valores y creencias. A partir de nuestras subjetividades, le otorgamos un sentido a las cosas que diferirá del otorgado por otros.

Es que la realidad social no presenta una sola naturaleza. Pensemos en la visión y el tacto: el ojo percibe elementos que las manos son incapaces y el tacto capta sensaciones imperceptibles para los ojos. Conoceremos más una escultura si además de mirarla, la apreciamos con las manos. Es una virtud la combinación de estrategias que faciliten la interpretación de la realidad. Del mismo modo, la aceptación de múltiples aproximaciones a la realidad es señal de un pluralismo metodológico.

También es posible diseñar una triangulación metodológica, haciendo dialogar los datos recolectados a través de uno y otro abordaje.

Sostener que el abordaje cuantitativo es lo único pertinente sería despojar al aprendizaje de las ciencias de la posibilidad de profundizar sobre aspectos subjetivos que nos permiten comprender el funcionamiento de comunidades, grupos y sociedades. A su vez renegar de la metodología cuantitativa significaría imposibilitar a las ciencias de dimensionar la generalidad de un problema social.

Investigar o estudiar es un oficio y como tal, no solo supone la adquisición de conocimientos teóricos, sino también de destrezas prácticas. Como en todo oficio, el aprendizaje no se transmite únicamente con palabras; también hay un aprendizaje desde la experiencia.

En este *Módulo Disciplinar* y a partir de hoy trataremos de poner en práctica la teoría y teorizar la práctica, para consolidar y hacer efectivo nuestro aprendizaje, e iniciar un camino que luego cada uno o una de Ustedes se encargaran de continuar y potenciar.

Contenidos

SECCIÓN 1	5
<i>¿Qué significa estudiar en una Universidad Pública?</i>	5
<i>El Análisis Dimensional</i>	9
<i>Notación científica y unidades SI</i>	11
<i>Razón y proporcionalidad</i>	12
SECCIÓN 2	17
<i>Vectores y trigonometría: la física experimental desde Egipto, pasando por Grecia hasta hoy</i>	17
<i>Otra forma de ver la trigonometría</i>	21
SECCIÓN 3	26
<i>Vectores</i>	26
<i>Producto de un vector por un escalar o un número</i>	27
<i>La suma de Vectores en una misma dirección</i>	27
<i>La Resta de Vectores unidimensionales y el símbolo (Δ) de variación</i>	27
<i>Métodos gráficos para resolver sumas o variaciones.</i>	29
<i>Método del paralelogramo</i>	29
<i>Resta de vectores por el método de suma gráfica</i>	29
<i>Teorema de Pitágoras</i>	32
<i>Conceptos de Fuerza y Movimiento</i>	34
SECCIÓN 4	35
<i>Las Fuerzas verticales</i>	36
<i>Diagramas de Cuerpo Libre (DCL)</i>	36
<i>Identificando Fuerzas</i>	38
<i>El modelo del plano inclinado</i>	39
<i>Las Poleas</i>	42
SECCIÓN 5	46
<i>Material de Lectura Complementaria</i>	46

¿Qué significa estudiar en una Universidad Pública?

Estudiar en la Universidad pública es gozar del derecho a recibir educación: *“La educación es una prioridad nacional y se constituye en política de Estado para construir una sociedad justa, reafirmar la soberanía e identidad nacional, profundizar el ejercicio de la ciudadanía democrática, respetar los derechos humanos y libertades fundamentales y fortalecer el desarrollo económico - social de la Nación”* (art. 3 Ley N° 26.206 de **LEY DE EDUCACIÓN NACIONAL**).

La ley de Educación Superior es taxativa sobre la gratuidad, la no mercantilización, la creación y el uso de los conocimientos y la defensa de la misma (Art. 2º bis, de la Ley N° 24.521):

“Los estudios de grado en las instituciones de educación superior de gestión estatal son gratuitos e implican la prohibición de establecer sobre ellos cualquier tipo de gravamen, tasa, impuesto, arancel, o tarifa directos o indirectos”

“Prohíbese a las instituciones de la educación superior de gestión estatal suscribir acuerdos o convenios con otros Estados, instituciones u organismos nacionales e internacionales públicos o privados, que impliquen ofertar educación como un servicio lucrativo o que alienten formas de mercantilización”.

“La creación y elaboración de esos conocimientos se realiza en un marco de libertad, de autonomía, donde la pluralidad de ideas y posiciones frente al mundo y frente a la vida se explicitan con los límites de una convivencia democrática”.

“Los conocimientos que circulan y se producen o crean en la universidad pública se construyen por medio del estudio, el trabajo constante, el debate, el intercambio y la crítica”.

“Se aplican, se transfieren, se utilizan y se difunden pretendiendo aportar a una vida más saludable en una sociedad compleja y problemática en sus diferentes ámbitos.”

“La universidad pública implica integrarse a una comunidad que debe trabajar responsablemente en la defensa de la educación como un bien social y un derecho humano”

Entonces, cuando se elige estudiar en una universidad pública, se debe tener presente el significado de responsabilidad y compromiso social que conlleva. Porque para que puedan estudiar en ella, los/as ciudadanos/as aportan para el sostenimiento de las instituciones educativas públicas y está implícito el requerimiento de una actitud superadora y una dedicación frente al estudio, para con la institución que los recibe y para con la sociedad. Donde por medio del esfuerzo y junto con la multiplicidad de vivencias sociales, culturales, religiosas y políticas, se acrecienta el deseo de aportar individual y colectivamente para la construcción equitativa de nuestra sociedad porque nadie se salva solo y para que tal como expresa nuestro escudo universitario podamos:

Creer, Crear y Crecer



Antes de comenzar con lo específico y para tener en cuenta

El anotar, ordenar, dibujar, hacer esquemas y exponer las ideas propias y ajenas ante compañeros y docentes, son algunas de las mayores dificultades encontradas en los estudiantes inician su etapa de vida universitaria en casi todas las carreras y por supuesto también en ingeniería.

Para nosotros como docentes, los principales desafíos de esta nueva etapa que hoy has elegido e iniciamos junto a vos como facultad es lograr que se valoricen por sus acciones positivas, sus talentos, redescubran su potencial para enfrentar y superar nuevos desafíos en su organización, adaptación a los nuevos conocimientos y también a abordar y hacer propias nuevas formas de trabajar en el estudio.

Por ello, aún cuando dudes o aparezcan los miedos por no saber si podrás alcanzar tus sueños. Es importante NO desanimarse, transitarlo, ir conociendo, probando y aceptando los desafíos para poder así afianzarte en tu elección y seguir adelante.

Tu sueño, que seguro también es de los que te rodean y te quieren de verdad como tu familia y los verdaderos amigos es sin duda la apuesta a futuro de un país que necesita continuar su desarrollo y que el logro de tus sueños ayudará a construir.

ESTE PAÍS TIENE FE EN VOS Y EN TU POTENCIAL COMO ESTUDIANTE EN ESTA UNIVERSIDAD LIBRE Y GRATUITA Y ELLO REQUIERE DE TÚ MAYOR Y MEJOR PREDISPOSICIÓN, ESFUERZO Y VOLUNTAD

Desde ya el deseo de este equipo de la Facultad de Ingeniería es decirte: ¡Suerte y Éxitos, en este nuevo camino que hoy inicias!

EQUIPO DOCENTE 2025



Algunas recomendaciones genéricas para la resolución de problemas

A lo largo de este material, encontrarás ejemplos, ejercicios y actividades. Para tener éxito en la resolución de estos desafíos, es fundamental abordar cada una de las actividades con el máximo compromiso posible.

La realización de actividades en Física está casi siempre relacionada con la búsqueda de soluciones a situaciones problemáticas: en ocasiones, de forma cualitativa, y otras, mediante cálculos matemáticos para obtener un resultado numérico. Los siguientes consejos pueden resultarte útiles, siempre y cuando cuentes con los conocimientos básicos necesarios para ponerlos en práctica. En nuestro caso, es esencial que conozcas las leyes de Newton y sepas cómo aplicarlas a los distintos sistemas físicos que deberás identificar en cada problema.

Utiliza esta guía cuando avances en el curso. Algunos de los conceptos discutidos en esta guía, quizás aún no los conoces. Pero en el transcurso se irán estudiando cada uno de ellos.

ENTENDER EL ENUNCIADO: Aunque parezca obvio, este es un asunto de suma importancia, ya que si no entiendes el enunciado difícilmente podrás llegar a la solución. Salvo, claro está, que tengas suerte y que nosotros u otros profesores no nos demos cuenta. Lo peor que te puede pasar es quedarte paralizado luego de leer el enunciado. La respuesta no te caerá del cielo. Tampoco debes aplicar cualquier ecuación en donde aparezca la variable que se te pregunta, ni seguir estrictamente los pasos de un problema hecho en clase, porque en general los problemas de los exámenes no serán iguales a aquellos. Siempre es conveniente leer dos o tres veces el enunciado, completa y lentamente el texto, para ubicarte sobre qué trata el problema. Y después intenta explicártelo a vos mismo, con tus propias palabras, o bien hacerlo con algún compañero (en situación de examen no podrás hacerlo).

EVALUAR SI HAY INFORMACIÓN IRRELEVANTE: Suele pasar que en el enunciado de un problema haya datos que no sean necesarios para resolver la situación planteada. Discriminar la información importante de la irrelevante constituye una capacidad esencial que es necesario desarrollar en cualquier disciplina, no sólo en ciencias.

HACER UN ESQUEMA O DIBUJO: Un buen dibujo, un gráfico o cualquier esquema que te permita apreciar la situación descrita, es de gran ayuda. Esto te permitirá definir cuál es el cuerpo o cuerpos que forman parte del sistema que te interesa analizar.

HACER UN DIAGRAMA DE FUERZAS: Una vez identificado el sistema o cuerpo cuyo movimiento se quiere estudiar, es muy importante hacer un buen diagrama de fuerzas de los denominados diagrama de cuerpo aislado o de cuerpo libre, teniendo la precaución de no inventar fuerzas (ni omitirlas tampoco) y eligiendo un sistema de referencia adecuado. Para ello hay que fijarse bien en el entorno para ver qué otros cuerpos ejercen fuerzas sobre el que a nosotros nos interesa. Si no hay quién o qué interaccione sobre el cuerpo en cuestión, no puede haber una fuerza.

En caso de trabajar con dos cuerpos, hay que hacer un diagrama para cada uno de ellos (no es conveniente superponerlos) fijándose si hay pares de acción y reacción entre ellos. ¡Ojo! ¡Nunca puede haber un par de acción y reacción aplicado sobre un mismo cuerpo!

ANOTAR TODOS LOS DATOS: Este paso se suele hacer antes o al mismo tiempo que el esquema y el diagrama de fuerzas; da igual. Lo importante es no avanzar hasta anotar todos los datos que aparecen en el problema y otros que pudieran

hacernos falta, como la aceleración de la gravedad, por ejemplo y la o las incógnitas que debemos encontrar. Aquí aparecerán seguramente aceleraciones, velocidades o desplazamientos que puede ser necesario colocar en el esquema o en el diagrama de cuerpo aislado. Estos parámetros vectoriales deben indicarse al costado, abajo o arriba del punto que representa el cuerpo, no colocar los vectores aplicados sobre éste para no confundirlos con fuerzas.

VERIFICAR LAS UNIDADES: En el caso de problemas que requieren de una resolución matemática, hay que asegurarse de convertir las unidades de las magnitudes físicas presentes en el problema en unidades básicas del sistema internacional (SI). Hay que evaluar si se requiere más información, como ser buscar factores de conversión para diversas unidades, valores de constantes o datos de tablas, que puedes hallar en cualquier libro de texto sobre Física.

PLANTEAR ECUACIONES: Llegado el momento de escribir una ecuación, generalmente se debe comenzar planteando la segunda ley de Newton. Y si no hay aceleración nos queda que también es una relación importante para trabajar con sistemas de fuerzas. Aquí puede ser necesario descomponer las fuerzas sobre los ejes coordenados para analizar la influencia de cada componente en el estado de movimiento del cuerpo (cuáles se equilibran y cuáles no). Si has encontrado las componentes de una fuerza en los ejes x e y , debes anular la fuerza. Ahora, las que actúan son sus componentes.

Una vez establecido el sistema de fuerzas actuantes se aplica la segunda ley de Newton en cada componente y se buscan las incógnitas pedidas, que bien puede ser alguna de las fuerzas o la aceleración, la velocidad o el desplazamiento, por ejemplo.

En caso de que el problema requiera cálculos numéricos, recién en esta instancia conviene cambiar las letras de cada variable por su correspondiente valor seguido de la unidad de medida.

EXPRESAR RESULTADOS: Conviene redondear el resultado en la cantidad de cifras significativas que le den valor real. Y para facilitar una valoración rápida de los resultados hay que utilizar la notación científica siempre que sea posible, es decir resolver los cálculos usando potencias de 10.

ANALIZAR LOS RESULTADOS: Un detalle al que no siempre se le da la importancia que tiene, es el análisis de los resultados obtenidos. Sin embargo, prestar atención a la respuesta brindada puede servir para corroborar si está correcta. Hay que fijarse fundamentalmente si la magnitud obtenida (en caso de calcularla) es razonable. Una persona no puede caminar a más de 4 a 5 kilómetros por hora, un cuerpo no puede precipitarse en caída libre con una aceleración mayor a la de la gravedad, etcétera.

Las unidades son fundamentales, ya que permiten corroborar si al despejar la incógnita se lo hizo de forma correcta. Se debe verificar que las unidades resultantes a ambos lados de la ecuación, (es decir, en ambos miembros) sean las mismas. También hay que fijarse en el signo del resultado para ver si se trata de un vector positivo o negativo, y verificar de ese modo si tiene una dirección adecuada (en caso que la incógnita sea una magnitud vectorial. Si no lo fuera, por ser un escalar, un resultado negativo también nos indicará si está bien despejado, porque hay escalares que nunca pueden dar un resultado negativo). Los resultados numéricos deben ir siempre acompañados por las unidades que correspondan, el valor numérico por sí solo no tiene sentido en una materia como Física.

¿De dónde venimos? ¿Hacia dónde vamos?

La física como ciencia, del ayer y de hoy

1

LA FÍSICA es una ciencia que **MODELA LOS FENÓMENOS NATURALES**. En ello busca explicar y predecir el comportamiento de los cuerpos, es así que en su extenso campo de estudio hay teorías que aún están en pleno desarrollo con modelos bajo observación e investigación. Esta acción dinámica de la Física **CONTRADICE** lo que se nos ha presentado como acabado, cerrado, indiscutible e irrefutable.

En sus célebres conferencias sobre Física de 1963, el Profesor Richard Feynman, galardonado con un premio Nobel se preguntaba: ¿Por qué no enseñar física dando simplemente las leyes básicas en la primer página y luego mostrar como aplicarlas en todas las circunstancias posibles?. Desafortunadamente *aún no conocemos* todas las leyes básicas y generales, es que la frontera se expande a cada día.

Además, la expresión de las leyes básicas suele ir acompañada de una disciplina con la que muchos de ustedes han tenido intensas dificultades durante su educación media: **LAS MATEMÁTICAS**. Para poder entender, transitar, aplicar y disfrutar la física (aunque no lo crean), necesitamos entrenarnos como atletas olímpicos, paso a paso.

Cada parte del todo de la naturaleza es siempre solo una **APROXIMACIÓN** a la verdad completa o aquella verdad completa conocida. En realidad, todo lo que sabemos es solo una forma de aproximación, ya que aún no conocemos todas las leyes. Por eso los conceptos deben ser aprendidos con la posibilidad de des-aprenderlos y corregirlos. El principio de la ciencia casi por definición es la siguiente:

LA COMPROBACIÓN DE TODO CONOCIMIENTO PUEDE SER EL EXPERIMENTO.

El **EXPERIMENTO** muchas veces es el juez de la “verdad” científica. Pero, ¿Cuál es la fuente del conocimiento? ¿De dónde provienen las leyes que deben ser comprobadas?

El experimento mismo es el que ayuda a producir las leyes ofreciéndonos sugerencias, pero también la imaginación es necesaria para crear la base de esas sugerencias sobre las grandes generalizaciones, esto es analizar sus admirables, simples, pero muy extraños esquemas que hay detrás de todas ellas y luego experimentar para comprobar nuevamente si hemos hecho la suposición correcta.

Esta construcción es tan difícil que la física está dividida por labores: físicos teóricos que deducen y suponen nuevas leyes sin experimentar y luego físicos experimentales que experimentan, deducen y también suponen.



*‘Teacher who make Physics boring are criminals’
‘Los profesores que hacen aburrida la física
son criminales’
Prof. Walter Lewin. MIT*

**A modo de repaso e inicio de lo
que veremos y necesitaremos conocer para Física.**

Observando y cuantificando propiedades

Estamos acostumbrados a asignar atributos a ciertas cosas y darles un significado; por ejemplo: la lealtad, el ser buena persona, la belleza, el patriotismo y casi con el mismo nivel se la asignamos a otras como el color, el brillo, el peso o la masa, sus dimensiones o tamaño, la temperatura, etc.

Pero no todo atributo que asignamos a un objeto se puede medir y expresar numéricamente como parte de una escala, dentro de los que claramente no tienen una escala única podría ser la belleza e incluso el patriotismo, y sin lugar a dudas estas y otras podrían ser tema de discusión y de punto de vista.



Dentro del campo de la ciencia, aquellas "**PROPIEDADES**" que son capaces de ser medidas se las llama "**MAGNITUDES**". Ejemplos clásicos de estas magnitudes físicas son el tiempo, la masa, el volumen, la temperatura, la fuerza, etc. La Física como ciencia experimental requiere de la **MEDICIÓN** de determinadas propiedades asignadas a los cuerpos u objetos en estudio, ya que entiende que es esencial dentro del procedimiento usado en la investigación científica y constituye una estrategia necesaria para validar y construir conocimiento.

LA MEDICIÓN ES UN PROCESO QUE REQUIERE DEL USO DE INSTRUMENTOS ADECUADOS Y DE LA APLICACIÓN DE PROCEDIMIENTOS AFINES A LO QUE SE PRETENDE LOGRAR

Es así, que nos acostumbramos a utilizar un termómetro para medir temperaturas, el metro o cinta métrica para medir longitudes o usamos un calibre cuando tales longitudes son muy pequeñas. Como resultado de la operación o proceso que llamamos "medir" es que comparamos un objeto con una escala y de dicha comparación resulta una cantidad junto el nombre de la unidad utilizada.

Por ejemplo si medimos el largo de una mesa con una cinta métrica podremos expresar el resultado como 1,4 m ó 1 metro con 40 cm ó 140 cm.

En la acción de medir remarcamos los inicios de la Física, y a lo largo de la historia, para estudiar y comprender a los fenómenos naturales, procurando explicar, describir y pretende poder predecir a través de un conjunto de enunciados (que son las leyes de una teoría científica).

Estas acciones, la explicación, la descripción y la predicción, ha requerido de mediciones y magnitudes convenientes en el estudio de los fenómenos naturales.

Nosotros diariamente utilizamos estas mismas magnitudes para comprender, conocer, explicar y comunicarnos con los demás.

En Física es conveniente diferenciar muy bien unas magnitudes de otras. Existen sucesos que pueden describirse bien indicando solamente el valor de las medidas y las unidades usadas en las magnitudes que están involucradas en la medición tal como es el caso del tiempo, la temperatura y la masa. Estas son **MAGNITUDES ESCALARES**.

Existen otras magnitudes como la velocidad, la aceleración, la fuerza, entre otras, que necesitan más detalles para que queden claramente identificadas. Cuando se requiere indicar el sentido o la dirección además de su valor o cantidad y unidades, se las llama **MAGNITUDES VECTORIALES**.

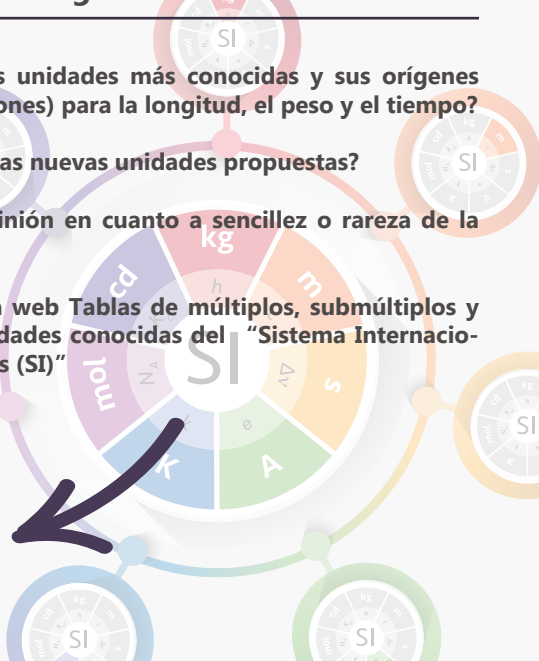
**Pregunta de investigación:
Averiguar en internet**

¿Cuáles son las unidades más conocidas y sus orígenes (unidades patrones) para la longitud, el peso y el tiempo?

¿Cuáles serán las nuevas unidades propuestas?

¿Cuál es su opinión en cuanto a sencillez o rareza de la misma?

Buscar en la web Tablas de múltiplos, submúltiplos y prefijos de unidades conocidas del "Sistema Internacional de Unidades (SI)"



El Análisis Dimensional

Una vez que se fija una base de magnitudes fundamentales para un determinado proceso de interés, es importante tener en cuenta y asignar algunas dimensiones importantes a nuestra elección:

OBSERVABLES: Se denomina observable a aquello que se puede caracterizar mediante la observación. Por ejemplo: Color, longitud, miedo, tiempo, etc.

OBSERVABLES COMPARABLES: Dos observables, (A) y (B), se dicen que son comparables si se puede definir la relación $(A)/(B) = n$ siendo n un número cualquiera. **La física sólo se interesa por los observables que son comparables.**

La longitud de una mesa puede compararse con una cinta métrica pero también con la longitud de un bolígrafo y podemos decir que una es n veces la otra.

Sin embargo, la hermosura o el miedo son observables "no comparables", puesto que no podemos decir por ejemplo que una persona haya pasado 3,5 veces más miedo que otra viendo una película de terror.

En el caso de observables comparables, podemos definir criterios de igualdad y suma:

Criterio de igualdad

Diremos que un observable (A) es igual a otro (B), si ocurre:

$$(A)/(B)=1.$$

Criterio de suma

Dados tres observables, (A1), (A2) y (A3), y comparables con otro observable (A4), y donde se obtiene las siguientes relaciones:

$$(A1)/(A0)=n1, (A2)/(A0)=n2, (A3)/(A0)=n3$$

Diremos que: $(A1)+(A2)=(A3)$ cuando ocurra que $n1+n2=n3$

Eq

Se define como "magnitud" al conjunto de todos los observables que son comparables entre sí, es decir que las magnitudes son una característica distintiva del objeto, sustancia o fenómeno físico expresada de una forma numérica, y se denomina cantidad a cada uno de los elementos del conjunto que define una magnitud. Podemos decir en consecuencia que la cantidad es el número de unidades, tamaño o también la porción de una cosa cuando nos cuesta especificar su proporción.

En relación a lo dicho podemos decir que la altura de un edificio, la distancia entre dos puntos, la amplitud de las oscilaciones de una hamaca, etc., son cantidades de la magnitud longitud. Y que el día, la duración de un periodo lunar, la duración de una carrera, etc., son cantidades de la magnitud tiempo. Como vemos, de los ejemplos anteriores las magnitudes son entes abstractos a los que se llega a partir de entes concretos comparativos y organizados de nuestro pensamiento, denominados cantidades. Ésta comparación se basa en que se cumple la proporcionalidad (éste tema lo analizaremos pronto en mayor detalle y nos permitirá responder ¿Por qué se usa una regla de tres para el cambio de unidades? ¿Cuándo podemos usarla?)

Ejemplos de magnitudes y sus dimensiones aceptadas por el Sistema Internacional de Unidades, son las siguientes:

Magnitud	Dimensiones
Longitud (L)	$[l] = L$
Superficie (A)	$[A] = L^2$
Volumen (V)	$[V] = L^3$
Velocidad (v)	$[v] = L/T = L T^{-1}$
Aceleración (a)	$[a] = v/T = L T^{-1}/T = L T^{-2}$

Observa como se usa la notación de una variable en el denominador a través de un número negativo al colocarlo en el numerador de una expresión en fracciones.

Se recomienda que al querer indicar la dimensión de una magnitud, ésta se escriba entre corchetes o paréntesis. Por ejemplo $[A]$ se lee como "Unidades de Área".

Cuando una magnitud sea el cociente de entre dos magnitudes como es el caso de velocidad (v) y aceleración (a). La magnitud del denominador (la que está dividiendo) se puede escribir multiplicando con un potencia negativa.

En la tabla se muestra:

Eq

$$[v] = L/T = L T^{-1}$$

y que

$$[a] = v/T = L T^{-1}/T = L T^{-2}$$

Podemos definir una nueva magnitud a partir de las fundamentales teniendo en cuenta lo siguiente por ejemplo para la magnitud Fuerza y acorde con lo que seguramente se vio en el secundario como la segunda ley de Newton:

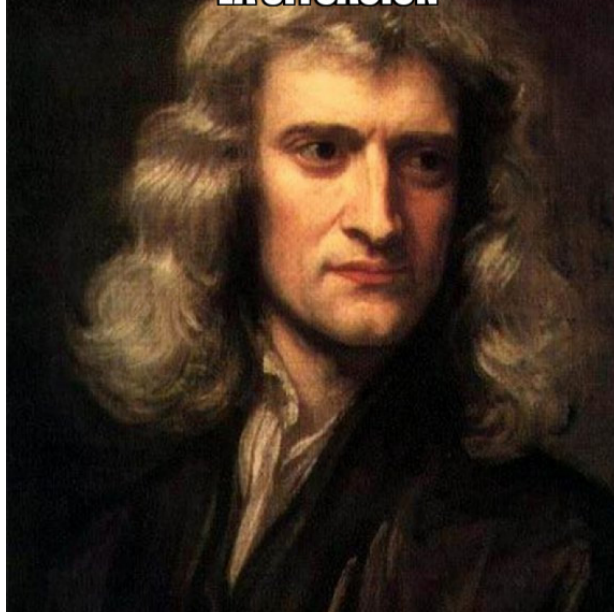
Fuerza = masa x aceleración

Eq

$$[F] = [m] \times [a] = [M] \times [L T^{-2}] = [M] \times [L T^{-2}]$$

Y así nos queda definida la nueva dimensión para la magnitud Fuerza, a partir de las unidades fundamentales.

NEWTON VIENDO LA GRAVEDAD DE LA SITUACION



Vamos con algunas preguntas sobre los conceptos trabajados

1) ¿Cuáles de las siguientes opciones podríamos decir que es una magnitud física y por qué:

- La velocidad.
- La belleza.
- La rugosidad.
- La masa.

EJ

2) ¿Qué unidad sería la más convenientemente para indicar la magnitud superficie de:

- Un campo
- Una habitación
- Una hoja de papel A4

¿Qué valor le damos a la acción de "medir" en la Física?

Dados dos objetos cualesquiera, consideraremos que poseen una misma propiedad física y que existe un experimento que nos permitirá establecer una relación de orden y una relación de equivalencia entre los observables que son manifestación de dicha propiedad física y que cada uno de los cuerpos posee. Decimos que dicha propiedad física constituye una magnitud medible y que se puede construir un patrón de medición y una escala.

Establecer el orden es comparar si la magnitud observada en el cuerpo A es mayor o menor que la observada en el cuerpo B. La relación de equivalencia es cuando el experimento de medición determina que la magnitud observada en A es idéntica a la observada en B (en definitiva, también analizaremos si el experimento puede distinguir dicha propiedad medible como diferente de los cuerpos A y B)

Un ejemplo clásico y distinguible puede construirse para analizar la propiedad conocida como masa gravitatoria. El experimento puede desarrollarse a partir de una balanza de platillos (que es un formato muy elemental), la balanza permite decidir al comparar dos cuerpos, cual tendrá mayor masa o cuando son idénticas. Entonces, podremos concluir que la masa es una magnitud medible.

También, vale remarcar que **"MEDIR UNA MAGNITUD FÍSICA" ES COMPARAR CIERTA CANTIDAD DE ESA MAGNITUD CON OTRA CANTIDAD DE LA MISMA QUE PREVIAMENTE SE HA ESCOGIDO COMO UNIDAD PATRÓN.**

Esta es una cantidad arbitraria que se ha escogido por convenio para poder comparar con ella cantidades de la misma magnitud.

Es decir que para cuantificar una masa podemos construir pesas que funcionan como patrones y que pueden combinarse para construir una escala (múltiplos y submúltiplos) de nuestra unidad patrón o bien podemos adoptar patrones internacionales.

Por ejemplo, si hablamos de una muestra de un 1 kg masa, y esa se toma como patrón, el kilogramo es la unidad de medida. Luego por comparación puedo construir pesas de 100 gr, 500 gr, subdividiendo la escala o multiplicando por múltiplos de 10, y con ello se establece una amplia escala de medida. También debe destacarse que las magnitudes se pueden clasificar en magnitudes básicas y magnitudes derivadas. Las magnitudes básicas estarán definidas por un sistema internacional de unidades aceptados, mientras que las magnitudes derivadas son aquellas obtenibles como una relación matemática a partir de magnitudes fundamentales, y con ello también tendremos unidades básicas (ej. longitud y tiempo) y unidades derivadas (ejemplo: área, superficie, volumen, velocidad y aceleración).

Notación científica y unidades SI

El sistema internacional de unidades permite una comunicación global entre usuarios, y el acuerdo alcanzado para las definiciones es uno de sus mas importantes hitos.

Otra ventaja importante del uso de este sistema es la posibilidad de usar **múltiplos y subdivisiones** de cada unidad de magnitud.

En el SI se puede llegar a las designaciones de múltiplos y subdivisiones de cualquier unidad combinando con el nombre de la unidad los prefijos deca, hecto y kilo que significan, respectivamente, 10, 100 y 1000, y deci, centi y mili, los que significan, respectivamente, una décima, una centésima y una milésima. En ciertos casos, particularmente en el uso científico, resulta conveniente prever múltiplos mayores de 1000 y subdivisiones menores de una milésima.

La **NOTACIÓN CIENTÍFICA** es una acompañante útil al trabajar con los múltiplos y subdivisiones porque permite representar números muy grandes y muy pequeños de una forma sencilla y entendible. Un ejemplo de ello puede ser la distancia entre la tierra y el sol que es alrededor de **150.000.000.000 m**, en notación científica este valor se escribe como: **$1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$** .

Este valor así escrito es una forma de expresar un producto de un número 1 con 11 ceros a su derecha en forma de potencia de 10: **10^{11} el que al multiplicar por 1,5 se obtiene la distancia mencionada en metros.**

→ Un Kilogramo de harina contiene 1000 g de harina ó en notación científica **$1 \cdot 10^3 \text{ g}$**

→ Un alfiler tiene un diámetro de 0,5 milímetros, es decir **$0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$** . Notar la posición de la coma decimal, el valor y el signo de la potencia de diez. En este caso al ser negativo, se contabilizan la cantidad de cifras observadas luego de la coma decimal:

$$0,5 \text{ mm} = 0,0005 \text{ m} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

EJ

Ejercicios para practicar

- 1) Distancia máxima al Sol: DT-S = 152.000.000 km
- 2) Rapidez de la luz en el vacío: RLuz = 300.000.000 m.s⁻¹
- 3) Constante de gravitación universal: G = 0,0000000006670 m³.s⁻².kg⁻¹
- 4) Constante de permeabilidad magnética: $\mu = 0,00000126 \text{ H.m}^{-1}$ (H = henrios)
- 5) El radio de un átomo es r = 0,000000005 cm
- 6) La célula tiene aproximadamente 2.000.000.000.000 átomos.
- 7) La constante de gravitación universal $G = 6,670 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1}$ ¿Cuál es su valor en cm³.s⁻².g⁻¹?



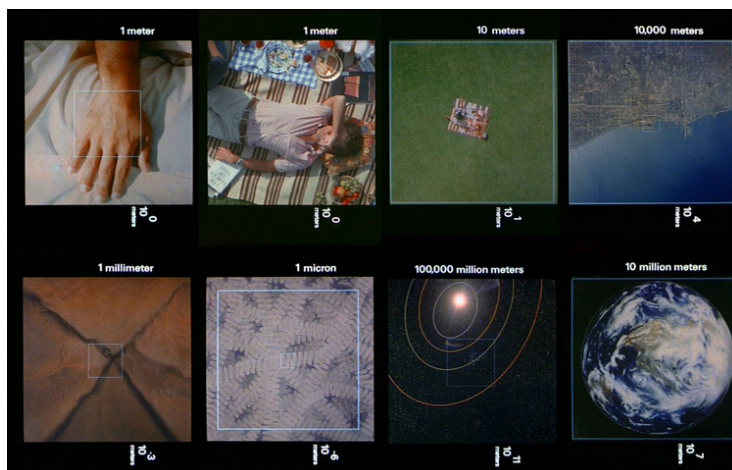
Nombre	Símbolo	Factor de multiplicación
yotta	Y	10^{24}
zetta	Z	10^{21}
exa	E	10^{18}
peta	P	10^{15}
tera	T	10^{12}
giga	G	10^9
mega	M	10^6
kilo	k	10^3
hecto	h	10^2
deca	da	10^1
uni		10^0
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
milli	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
atto	a	10^{-18}
zepto	z	10^{-21}
yocto	y	10^{-24}

8) Escribe la equivalencia de los números en potencias de 10 a números ordinarios:

a) $2 \cdot 10^3$; b) $1,2 \cdot 10^6$; c) $7,5 \cdot 10^{-2}$; d) $8 \cdot 10^{-5}$

9) Escribe los siguientes números en potencias de 10:

a) 3.820; b) 62.000.000; c) 0,042; d) 0,000069.



Razón y proporcionalidad

Repasemos el concepto de razón y proporcionalidad visto durante el secundario pretendiendo encontremos un nuevo significado.

La razón es una **COMPARACIÓN** entre dos o más cantidades. Puede expresarse mediante una fracción. Si las cantidades a comparar son a y b , entonces la razón entre ellas se puede escribir de estas tres maneras diferentes:

Eq

$$a:b \Rightarrow (a/b) \Rightarrow \frac{a}{b}$$

Se llama proporción a la igualdad entre dos razones y se representa:

Eq

$$a:b = c:d \Rightarrow a/b = c/d \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Y se puede leer de la siguiente forma: a es a b como c es a d

Proporcionalidad directa

Dadas dos magnitudes físicas, si éstas están relacionadas y su razón es constante entonces podemos decir que al duplicar una, entonces se duplicará la otra. Se dice entonces, que entre ambas magnitudes hay una proporción directa.

Generalizando podemos decir que si se " n -multiplica" una, la otra será " n -veces" más grande que la original.

Por ejemplo, si se mide la masa de un bloque de cierto material con un dado volumen, al duplicar la masa, podemos observar que su volumen también se duplica, entonces tenemos como válida la siguiente regla:

Eq

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{2m_1}{m_1} = \frac{V_2}{V_1}$$

Si a la proporción anterior se la reescribe de otra manera para que estén las magnitudes con el mismo subíndice en cada término de la proporción, quedará:

$$\frac{m_1}{V_1} = \frac{m_2}{V_2}$$

Veamos un ejemplo:

EJe

Si el volumen es $V_1 = 1 \text{ m}^3$ y tiene una masa $m_1 = 6 \text{ kg}$; si $V_2 = 2 \text{ m}^3$ su masa $m_2 = 12 \text{ kg}$; y si $V_3 = 3 \text{ m}^3$, entonces la nueva masa $m_3 = 18 \text{ kg}$; etc.

Se ve que existe una proporcionalidad directa entre estos valores, de modo que:

$$\frac{m_1}{V_1} = \frac{m_2}{V_2} = \frac{m_3}{V_3} = 6 [\text{Kg}/\text{m}^3] = \text{Constante}$$

Se ve que al cambiar el volumen, también lo hace la masa, pero el cociente permanece constante. Dicho de otra manera **"LA RAZÓN ENTRE LA MASA DE UN CUERPO Y SU VOLUMEN ES CONSTANTE"**. Esta relación es la densidad volumétrica del material y lo vamos a usar frecuentemente en Física.

Dicha proporción puede ser pensada sin subíndices y, en forma general para cualquier relación entre masa y volumen, entonces se tiene y el valor numérico de $6 \text{ kg}/\text{m}^3$ es la "constante de proporcionalidad" entre las masas y los volúmenes para un dado material, puede ser escrita como:

$$m[\text{kg}] = 6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * V[\text{m}^3]$$

que es una ecuación lineal simple (ecuación de una línea recta)

Proporcionalidad inversa

Analicemos el siguiente caso: "Una persona realiza un viaje en automóvil, manteniendo la velocidad de viaje constante, y considerando la distancia entre el punto de partida y el punto de llegada de 180 km."

Casi seguro que dirá que faltan datos. Analicemos por ejemplo la velocidad (v) del automóvil y el tiempo (t) transcurrido durante el viaje; es fácil concluir en que, si vamos mas rápido el tiempo empleado en el viaje es menor.

Podemos construir una tabla para los análisis de datos y hacer el siguiente análisis de las unidades de las magnitudes usadas

$$180 [\text{Km}] = v \left[\frac{\text{Km}}{\text{h}} \right] \cdot t [\text{h}]$$

También es matemáticamente posible escribir (recordando la división de fracciones)

$$\frac{180 [\text{km}]}{v \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right]} = t [\text{h}]$$

Tabla 1: Análisis de velocidades elegidas y el tiempo involucrado en recorrer una determinada distancia fija.

Distancia [km]	Velocidad [km/h]	t [h]
180	30	6
180	60	3
180	90	2
180	120	1,5
180	150	1,2
180	180	1

Podríamos analizar que si: $v_1 = 30 \text{ km/h}$, el tiempo $t_1 = 6 \text{ h}$; si $v_2 = 60 \text{ km/h}$, entonces $t_2 = 3 \text{ h}$ y lo mismo si $v_3 = 90 \text{ km/h}$, $t_3 = 2 \text{ h}$, y así sucesivamente.

Se puede concluir en que "*a mayor velocidad se necesita menor tiempo y viceversa*". Observando que al multiplicar por un número dado la velocidad, el valor del tiempo quedará reducido (al dividir) por el mismo número. Por esto se dice que "el tiempo de viaje t , entre un punto de partida y de llegada fijo, es inversamente proporcional a la velocidad v ". Ya que si una magnitud crece, la otra decrece en la misma proporción y se dice que son dos magnitudes inversamente proporcionales.

Observando que al multiplicar por un número dado la velocidad, el valor del tiempo quedará reducido (al dividir) por el mismo número. Por esto se dice que "el tiempo de viaje t , entre un punto de partida y de llegada fijo, es inversamente proporcional a la velocidad v ". Ya que si una magnitud crece, la otra decrece en la misma proporción y se dice que son dos magnitudes inversamente proporcionales.

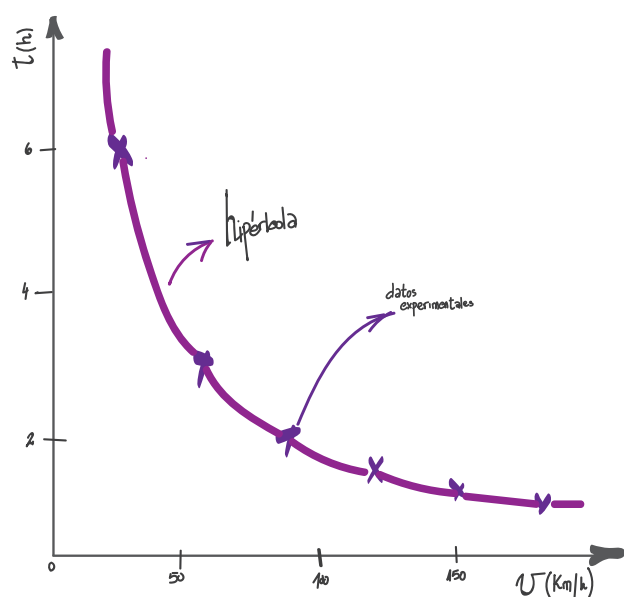
Eq

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

Se debe notar que los subíndices están "invertidos" en contraste con la proporcionalidad directa. Es interesante observar que en la proporcionalidad inversa lo que se **MANTIENE CONSTANTE ES EL PRODUCTO DE LAS MAGNITUDES**.

$$v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot t_2 = 180 \text{ km}$$

Si se grafican los datos de la tabla 1 en los ejes de ordenada (eje horizontal) y abscisa (eje vertical), al unir los puntos, la curva que resulta se denomina hipérbola.



¿Cómo resolver lo visto anteriormente?

Con seguridad en el colegio secundario se vio el método de "los extremos sobre los medios" para encontrar ese cuarto término.

Este proceso está presente en infinidad de aplicaciones matemáticas y siempre puede ser escrito en términos de una proporción. Solo se debe tener la precaución de verificar si es una proporción **DIRECTA O INVERSA** para escribirla correctamente.

Al escribirlo como proporción es fácil ver que la "magia" del método al hacer los extremos sobre los medios no es otra cosa que "despejar" el término desconocido y no hace falta acordarse de memoria ninguna fórmula mágica.

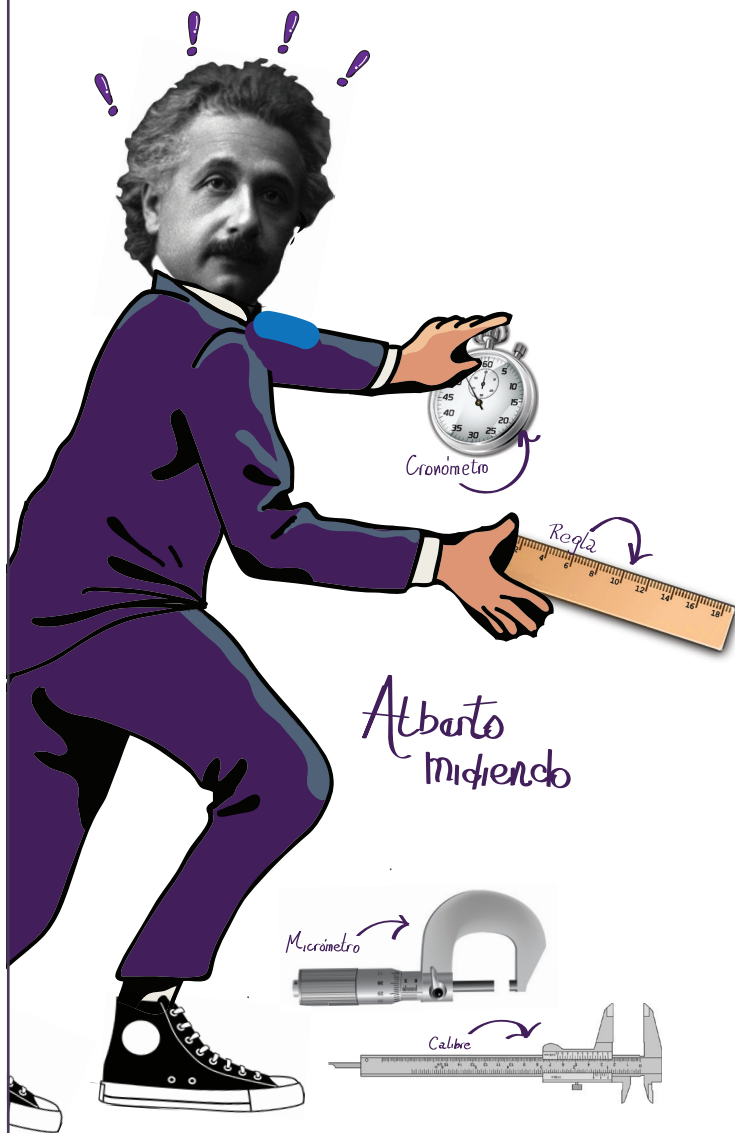
La **REGLA DE TRES SIMPLE** es otra forma de proceder, es una operación que consiste en encontrar el cuarto término de una relación entre magnitudes, a la que sólo se le conocen tres términos. Se debe tener en cuenta que **este método es válido sólo si la proporción es directa**.

Pensado de esta manera es muy útil y permite encontrar con facilidad proporciones de todo tipo, tales como: cambio de unidades, relaciones estequiométricas en química, relaciones de algunas variables físicas, geométricas, cálculo de porcentajes, etc.



Para hacer los ejercicios podés inspirarte en Margaret Hamilton haciendo los cálculos a mano para el vuelo del Apollo-NASA.





Como proceder con el uso de las unidades y sus diferentes escalas

Antes de realizar cualquier cálculo o procedimiento con unidades, debemos comprobar que todas las magnitudes tengan sus unidades correctas para la realización.

Una forma de control para operar correctamente una fórmula, es colocar las unidades que son conocidas y para cada magnitud involucrada, y deberemos también verificar que la unidad resultante a obtener tendrá las unidades que pretendemos.

Veamos algunos ejemplos

EJe

1) La densidad de un material es de $\rho = 3 \text{ g/cm}^3$.
Si tengo un cilindro de 5 kg realizado con ese material:
¿Cuál será su volumen en m^3 ?

Recordemos que la densidad la expresamos como la cantidad de masa que ocupa un dado volumen y por lo tanto tendremos:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

E_q

$$[\rho] = \text{kg} \cdot \text{m}^{-3} = \text{Kg/m}^3$$

Es decir que es una magnitud derivada de otras y que por definición es el cociente entre la masa y el volumen propio del cuerpo. Para resolver esta situación debemos expresar la densidad (ρ) en las unidades adecuadas y debo transformar las unidades de g a kg y los cm^3 a m^3 .

Necesitamos los dos factores de conversión, uno para cada cambio de unidad. Sabiendo que, con el uso de prefijos y múltiplos de las escalas SI que ya buscaste, podemos escribir:

$$1000 \text{ g} = 1 \text{ Kg}$$

$$100 \text{ cm} = 10^2 \text{ cm} = 1 \text{ m}$$

Ahora, si a cada miembro de la igualdad de la ecuación anterior lo elevamos al cubo, tenemos que:

$$(100 \text{ cm})^3 = (1 \text{ m})^3$$

$$1.000.000 \text{ cm}^3 = 10^6 \text{ cm}^3 = 1 \text{ m}^3$$

Y ahora, si hacemos el cambio de unidad de g/cm^3 a kg/m^3 . En esto podemos usar regla de tres simple, o bien un paso más avanzado que es lo que se propone a continuación, utilizando fracciones y el análisis de unidades y magnitudes.

$$\rho = 3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 3 \frac{\cancel{\text{g}}}{\cancel{\text{cm}^3}} \left(\frac{1 \text{ Kg}}{10^3 \cancel{\text{g}}} \right) \left(\frac{10^6 \cancel{\text{cm}^3}}{1 \text{ m}^3} \right)$$

$$\rho = 3 \times 10^3 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$$

y como $\rho = m/V$ [kg/m^3] despejamos
 $V = m/\rho$ y reemplazando tenemos:

$$V[\text{m}^3] = \frac{5 \cancel{\text{Kg}}}{3 \cdot 10^3 \frac{\cancel{\text{Kg}}}{\text{m}^3}} = 1,67 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

Es decir que el cilindro tendrá un volumen de $1,67 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$

2) Conversiones de pulgadas a centímetros y viceversa.

EJe

Si se desea saber a cuántos centímetros equivalen 32 pulgadas ("inch" en inglés) y teniendo en cuenta que el operador es 2,54 cm/1 pulg se escribe: inch $\rightarrow$ cm

$$32 \cancel{\text{inch}} \frac{2,54 \text{ cm}}{1 \cancel{\text{inch}}} = 81,28 \text{ cm}$$

Y, si por el contrario se necesita saber cuántas pulgadas equivalen 10 cm se procede:

$$10 \cancel{\text{cm}} \frac{1 \text{ inch}}{2,54 \cancel{\text{cm}}} = 3,94 \text{ inch}$$

Considerar que la densidad superficial de una chapa de acero es $7,8 \text{ Kg/m}^2$. ¿Cuál es su masa si su superficie es 250 cm^2 ? La densidad superficial es σ = masa dividido el área, entonces es posible despejar la masa como:

Eq

$$\sigma = \frac{m}{A}; \quad m = \sigma \cdot A$$

Al multiplicar A, se tienen que incluir dos potencias del operador unitario que convierta metros a centímetros de modo que las unidades resulten solamente kilogramos

$$m = \left(7,8 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^2}\right) \cdot (250 \text{ cm}^2) \cdot \left(\frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}}\right) \cdot \left(\frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}}\right)$$

$$m = \left[7,8 \cdot 250 \cdot \left(\frac{1}{100}\right) \cdot \left(\frac{1}{100}\right)\right] \cdot \left[\left(\frac{\text{Kg}}{\text{m}^2}\right) (\text{cm}^2) \cdot \left(\frac{1 \text{ m}}{\text{cm}}\right) \cdot \left(\frac{1 \text{ m}}{\text{cm}}\right)\right]$$

$$m = 0,195 \text{ Kg}$$

EJ

Ejercicios para practicar

1) Definir las siguientes magnitudes en función de las unidades fundamentales M, L, T. Y recordando lo demostrado para el caso de F = masa x aceleración y tomando como

- Presión = Fuerza/Área
- Cantidad de Movimiento = Masa x Velocidad
- Impulso Lineal = Fuerza x Tiempo
- Trabajo de una Fuerza = Fuerza x desplazamiento (distancia)
- Energía Potencial = masa x aceleración x altura

2) Realizar el análisis dimensional de las siguientes ecuaciones, considerando en que debe medirse cada una de las magnitudes involucradas para obtener la magnitud resultante, y analice la homogeneidad de la ecuación (coherencia interna)

a) $X_{\text{final}} = X_{\text{inicial}} + V_{\text{inicial}} \cdot T + \frac{1}{2} \cdot a \cdot T^2$
donde $[X]$ = Longitud inicial o final.

b) $W = F \cdot D \cdot \cos \alpha$
donde W = trabajo; F = fuerza, D = distancia y $\cos \alpha$ = coseno del ángulo alfa.

c) $P = W/T$
donde W = trabajo y T = tiempo.

d) $a_c = V^2 / R$
donde V = velocidad y R = Radio (longitud desde el centro de un círculo)

e) $E_c = \frac{1}{2} M V^2$
donde M = masa del cuerpo.

3) En los siguientes ejercicios coloque en los puntos suspensivos, el número o unidad que corresponda, usando los datos extraídos de su investigación en internet del SI:

- $7,5 \text{ m} = 750 \dots\dots\dots = 0,75 \dots\dots\dots$
- $0,9 \text{ Km} = \dots\dots\dots \text{ dm} = \dots\dots\dots \text{ dam}$
- $8,34 \text{ hl} = 8340 \dots\dots\dots = 0,834 \dots\dots\dots$
- $743,2 \text{ dag} = \dots\dots\dots \text{ q} = 7,432 \dots\dots\dots$

4) Expresar en m^2 las siguientes medidas de superficie:

- 2 dam^2
- 35 cm^2

c) $4,8 \text{ hm}^2$

5) Expresar en litros las siguientes cantidades:

- 65 cm^3
- $0,0042 \text{ hl}$
- 235 m^3

6) Indicar qué cantidades son mayores que 1 gramo:

- 53 cg
- $0,7 \text{ dag}$
- $0,003 \text{ Kg}$
- 7554 mg

7) La densidad de un sólido es de 3 g/cm^3 , Calcular su valor en kg/m^3 y en g/l .

8) La masa de Saturno es de $5,64 \cdot 10^{26} \text{ Kg}$. y su radio es $6 \times 10^7 \text{ m}$. Calcular su densidad considerando el volumen como $V = (4/3) \pi r^3$; donde r es el radio de Saturno.

9) La superficie de un campo de golf es 8500 m^2 . ¿Cuántas hectáreas mide?

10) ¿Cuántas botellas de vino de 750 cm^3 se pueden llenar con un barril que contiene 120 litros?

11) ¿Cuántos campos de fútbol de 120 m de largo por 90 m de ancho se necesitan para cubrir la superficie de Argentina que es $2.780.400 \text{ km}^2$?

12) La altura de una esquiadora es de 5 pies y 5 pulgadas, usa esquíes que son 5 cm más largos que su altura. ¿De qué longitud deben ser sus esquíes? Sabiendo que los esquíes se fabrican con intervalos de longitud de 5 cm (es decir, 150 cm, 155 cm, etc.). ¿De qué longitud debe comprar sus esquíes, si redondea a los 5 cm más cercanos? Se debe tener en cuenta que $1 \text{ pulg} = 2,54 \text{ cm}$ y $1 \text{ pie} = 30,48 \text{ cm}$.

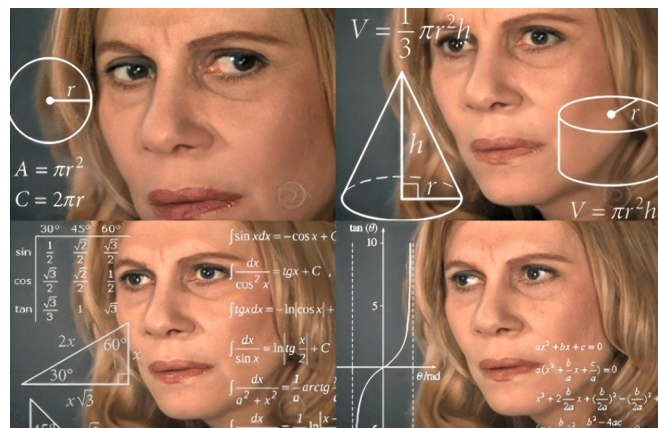
13) La aceleración de la gravedad es $9,80 \text{ m/s}^2$ en el SI. Convierte al sistema inglés, con la longitud en pies.

14) Por cada 5 kg de peso en una persona, aproximadamente 2 kg son de músculo.

- Calcula cuánto es el peso de los músculos en personas de 40 kg, 62 kg, 85 kg.
- ¿Cuánto pesará una persona que tiene 25 kg de músculo?

15) La tabla describe la relación entre el número de obreros y el número de días que tardan en hacer un trabajo.

- Completa la tabla
- ¿Cuántos obreros se necesitan, para completar la obra en 4 días?
- ¿Cuántos días tardaran 14 obreros en hacer la misma obra?



16) El costo de un repuesto muy utilizado para reparar automóviles es de \$320. El fabricante mantiene ese precio, si quien adquiere el repuesto, compra hasta 100 unidades. Si se compran más de esa cantidad el costo bajará a razón de \$1,5 por cada unidad extra hasta un mínimo de \$245. ¿Cuántas unidades extras deberá comprar el comerciante de la casa de repuestos para pagar el mínimo?

17) En el día de ayer 2 camiones transportaron una mercadería desde el puerto hasta el almacén. Hoy 3 camiones, iguales a los del día anterior, tendrán que hacer 6 viajes para transportar la misma cantidad de mercadería del almacén al centro comercial. ¿Cuántos viajes tuvieron que hacer ayer los camiones?

Obreros	6	12		40
Días	30		10	

18) Al llegar al hotel, a un par de turistas, se les dio un mapa con los lugares de interés de la ciudad, y les dijeron que 5 centímetros del mapa representaban 600 metros de la distancia real. Hoy quieren ir a un parque que se encuentra a 8 centímetros del hotel en el mapa. ¿A qué distancia del hotel se encuentra este parque?

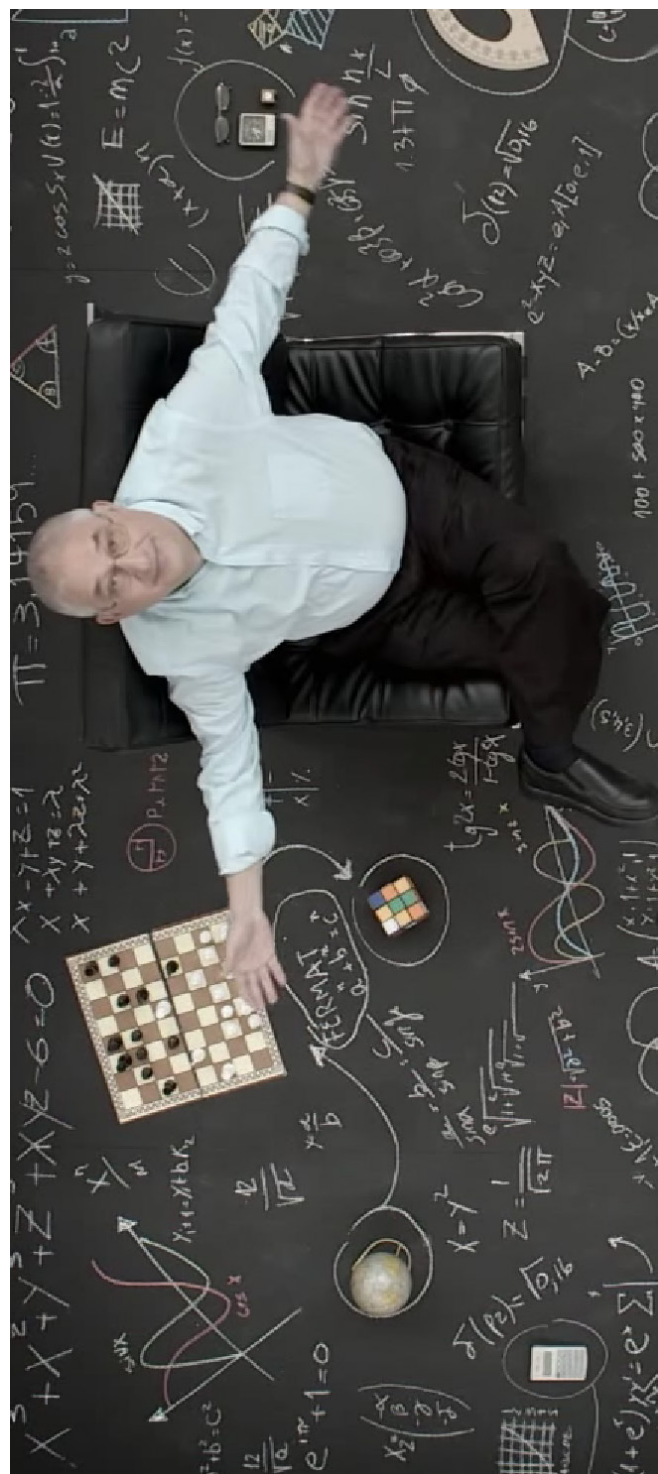
19) Dos ruedas están unidas por una correa transmisora. La primera tiene un radio de 25 cm y la segunda de 75 cm. Cuando la primera ha dado 300 vueltas, ¿cuántas vueltas habrá dado la segunda?

20) Con 12 latas conteniendo cada una de ellas, $\frac{1}{2}$ kg de pintura se han pintado 90 m de la verja de un jardín de 80 cm de altura. Calcular cuántas latas de 2 kg de pintura serán necesarias para pintar una verja similar de 120 cm de altura y 200 m de longitud.

21) Seis grifos, tardan 10 horas en llenar un depósito de 400 m³ de capacidad. ¿Cuántas horas tardarán cuatro grifos en llenar 2 depósitos de 500 m³ cada uno?

22) El precio de una computadora es de \$15000 sin IVA. ¿Cuánto hay que pagar por ella si el IVA es del 16%? En otra de mayor potencia el monto pagado en concepto de IVA es de \$3200. ¿Cuál es su precio sin IVA?

23) Se vende un artículo con una ganancia del 15% sobre el precio de costo. Si se ha vendido en \$92, hallar el precio de compra



Si uno pregunta la solución de un problema, el conocimiento NO permanece. Es como si uno lo hubiera pedido prestado. En cambio, si lo piensa uno, es como haberlo adquirido para siempre. Adrián Paenza, Matemático y Divulgador Argentino

Vectores y trigonometría: la física experimental desde Egipto, pasando por Grecia hasta hoy

2

Uno de nuestros principales objetivos o intereses en la Física del 1^{er} año es poder describir el movimiento de un cuerpo. Si este se traslada, si gira, si resbala (patina) o si no lo hace. También responder que lo hace moverse o mantener su movimiento, hacia donde se podría mover si algo se modifica. Incluso previniendo o prediciendo su movimiento posterior para evitar desastres o solo *bloopers*.

Algo de historia ... cosas de física de hace miles de años

El interés de las antiguas civilizaciones por contentar a los dioses, hizo que los templos fueran las construcciones fundamentales de las grandes ciudades de la Mesopotamia asiática. Al principio eran simples construcciones de adobe. En Babilonia, unos 4000 años a.C., comenzaron a transformarse en enormes templos de piedra. Las construcciones más grandes y que perduran hasta nuestros días son las famosas pirámides de Egipto, que datan aproximadamente del año 2.500 a.C. Estas pirámides de gran altura, como la de Keops que llegaba hasta una altura de unos 146 m eran monumentos funerarios para los faraones construidos con enormes bloques rectangulares de piedra.

Se considera que para subir (mover) las piedras, a medida que progresaba la construcción de las pirámides, se emplearon probablemente grandes planos inclinados provisionales (rampas). Esta hipótesis está sostenida por fuertes indicios, presentes en registros de la pirámide escalonada de Sekhem-Khet y alrededor de algunos otros templos importantes.

Denominamos plano inclinado a una superficie inclinada que forma un ángulo agudo con respecto a un plano horizontal. Este elemento es una de las llamadas "máquinas simples" porque facilitan las tareas del hombre y permiten "ahorrar" esfuerzos cuando por ejemplo se quiere subir un cuerpo, levantar objetos pesados, remover o cambiar una cosa de lugar, etc.

Aún en la actualidad los trabajadores de la construcción continúan usando tablas inclinadas para subir materiales como arena, bolsas de cemento, piedras u otros materiales, y también emplean otra máquina simple que los ayuda llamada "carretilla".

Por otra parte poner en escuadra una casa o construir en un terreno sin construcciones previas (baldíos) no es una tarea simple o sencilla. Un error en los inicios puede conducir a fallas de verticalidad o cuadratura de una habitación, diferencia indeseable en el momento de colocar cerámicos en el piso e incluso también desniveles en los pisos interiores.

Por lo tanto comenzaremos a familiarizarnos con el uso de las relaciones y proporciones en segmentos, que sabemos requerimos de la *trigonometría* para la física, hasta llegar a definir y usar las mediciones de los ángulos.

Un poco de secuencia histórica nos permitirá comprender tanto la dificultad para entender el uso de la trigonometría como la vinculación que se plantea entre triángulos y círculos.

Los griegos estaban fascinados por la cultura milenaria

egipcia y por su sabiduría y de ellos buscaron los primeros conocimientos en ciencias.

Sus primeros trabajos eran en base a proporciones de segmentos hasta poder llegar a una definición más acabada de los ángulos. La dificultad técnica para poder medir los ángulos hizo que emplearan las proporciones para así **generar perpendiculares** con eficiencia y que pudiesen ser validadas en la construcción efectiva de edificios que se mantienen en pie hasta hoy.



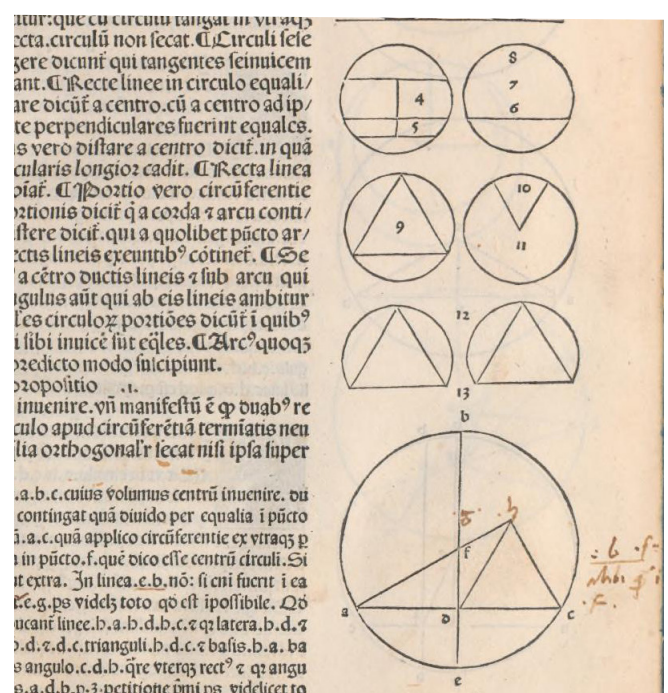
Para llegar a la medición de ángulos y el uso que hacemos hoy de los triángulos, fue necesario mucha construcción de conocimiento en el campo de la matemática, los números irracionales tales como $(\sqrt{2})$, el número áureo al que hizo referencia Euclides 3 siglos a.C. en su trabajo "Los Elementos" estableciendo la existencia de los números irracionales y la admiración que causaba en aquella época también el número π con un relación de valores medibles en esferas y cilindros.

Esta síntesis, tiene por objetivo describir que muchos de los conocimientos que usaremos provienen del análisis y la observación de fenómenos naturales por parte de miles de años de historia y aún antes de Cristo. Si bien los mismos pueden expandirse y profundizarse aún más, desde el área de matemática, nosotros mantendremos el objetivo de física, como observadores del mundo natural para:

- Redescubrir estos fenómenos, a los fines de facilitar una construcción más sólida de conocimientos.
- Tomaremos conciencia sobre el uso de las relaciones y proporciones de distancias, y el aprovechamiento para armar ciertas estructuras sencillas como los planos inclinados.

El uso de proporciones se mantiene y perduran hasta nuestros días en muchas normas vigentes para controlar construcciones edilicias, ya que en muchos casos se indica una caída o subida de x centímetros por metro lineal.

Página del Elementa Geometriae de Euclides. 1482



Preguntas para reflexionar e investigar

EJ

• ¿En qué forma el plano inclinado pudo facilitar a los egipcios el ascenso de grandes bloques de piedra? ¿Y en la actualidad para que se puede usar?

• Mencione algunos ejemplos de uso de objetos equivalentes a los planos inclinados, pero diferente a su uso en las pirámides.

• ¿Qué ventajas y desventajas presentaba y/o presenta el uso de planos inclinados?

• En base a su experiencia ¿Es más conveniente diseñar un plano inclinado largo con un ángulo de inclinación pequeño o al revés?

EJ

Tabla 1: Figuras geométricas planas importantes. Todas tienen 4 *lados* pero tienen diferencias importantes. Busque en internet sus nombres y las características que tienen sus lados y complete las casillas de la tabla.

nombre				
características				

Tabla 2: Clasificación de Triángulos por como son sus lados y por sus ángulos. Usando información de internet clasifique los siguientes triángulos:

EJ



por sus lados

--	--	--	--

por sus ángulos

--	--	--	--

#Actividad 1

Act

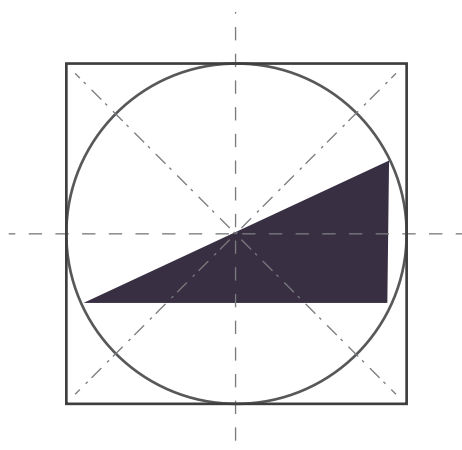
La suma de los ángulos interiores de un triángulo es de 180° ... ¿Es cierto? Probemos con los ángulos internos de los triángulos de la tabla 2 anterior. Analice los ángulos interiores y su equivalencia (igualdad) entre rectas y diagonales. Señale los que son iguales entre si y cuanto es el resultado al sumarlos.

Algunas definiciones importantes en la historia de los triángulos rectángulos

Esta figura muestra un importante detalle geométrico para la relación entre tres figuras geométricas destacadas en toda época: el círculo, el cuadrado y el triángulo rectángulo.

• **Catetos** proviene de *kathetos* que significa **recto o perpendicular**

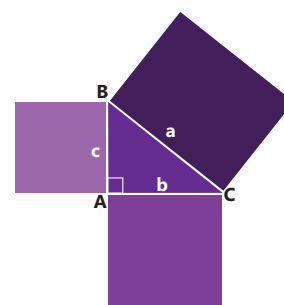
• **Hipotenusa** proviene del griego *upoteinousa* que significa **la línea de divide o sostiene**. La definición supone a la hipotenusa como el diámetro de un círculo que sostiene al triángulo rectángulo es decir que subtiende (extender por debajo) al ángulo recto.



El término **TRIGONOMETRÍA** debe resultar conocido, ya que en algún momento de la formación de nivel medio lo deben haber trabajado en matemática y física.

Podríamos decir que la palabra significa “medidas de los triángulos” o “medición de triángulos” ya que la trigonometría es una parte de la matemática y de la geometría que comprende el estudio de los triángulos y las relaciones matemáticas entre las características que definen a los mismos, como los lados y los ángulos.

En esta figura lateral tenemos que los vértices **A**, **B** y **C** representan los ángulos, siendo **A** el ángulo recto porque los lados **b** y **c** son perpendiculares entre si (*son los catetos*). El lado **a** es la **hipotenusa** y está opuesta al ángulo recto. Las definiciones más comunes y relacionadas con las proporciones de segmentos son la de seno, coseno y tangente y se detallan a continuación para un ángulo α genérico:



$$\text{seno}(\alpha) = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}}$$

$$\text{coseno}(\alpha) = \frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Hipotenusa}}$$

$$\text{tangente}(\theta) = \frac{\text{Cat. Op.}}{\text{Cat. Ady.}} = \frac{\text{sen}(\alpha)}{\text{cos}(\alpha)}$$

Eq

La siguiente tabla resume las funciones seno, coseno y tangente para los ángulos **B** y **C** de la figura

Ángulo	Seno	Coseno	Tangente
B	b/a	c/a	b/c
C	c/a	b/a	c/b

Además de las razones trigonométricas mencionadas, es de mucha utilidad para resolver triángulos el conocido Teorema de Pitágoras, que dice:

“EN TODOS LOS TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS, EL CUADRADO DE LA HIPOTENUSA ES IGUAL A LA SUMA DE LOS CUADRADOS DE LOS CATETOS”

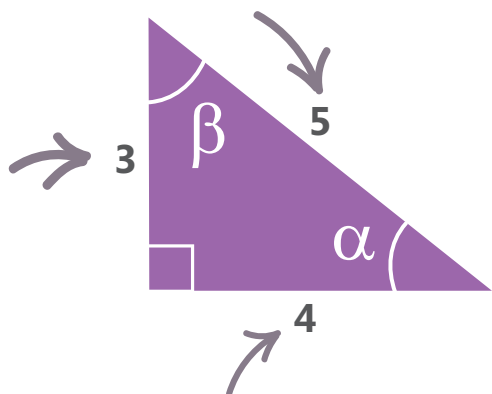
Hoy podemos citar en forma diferente esta frase y en base a la figura de la página anterior, decir: *Dado un triángulo rectángulo de vértices ABC, el ángulo situado sobre el vértice A es recto, si y solo si el área del cuadrado sobre el lado a, opuesto al ángulo A, es la suma de las áreas de los cuadrados sobre los lados b y c”*

Esto quizá facilite comprender porque el teorema de Pitágoras involucra la suma de términos al cuadrado cuando las mediciones son lineales.

Y también podemos resumir las siguientes consecuencias de su teorema:

El teorema servía y sirve para determinar perpendiculares. Fue y es de gran ayuda para los arquitectos y constructores ya que bastaba con tomar una cuerda y medir tres (3) unidades en una dirección, cuatro (4) unidades en otra dirección y para que entre ellas sean perpendiculares debía haber 5 unidades entre los puntos antes marcados. O proporcionalidad de estos valores.

Para resolver y encontrar un cuadrado de área mayor igual que la suma de los más chicos, se podía resolver gráficamente tipo rompecabezas.



El teorema de Pitágoras requería de utilizar raíces para calcular dando lugar a la aparición de los números irracionales $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}...$ y al trabajo geométrico de ellos para consolidar el tema de los números irracionales y fue detallado posteriormente en el Primer libro de geometría de la historia de occidente escrito por Euclides: “Elementos de Geometría”.

Obtener los valores de los ángulos α y β para el triángulo de la figura “3, 4, 5” y colocar los valores en la siguiente tabla:

ángulo	seno	coseno	tangente
α			
β			

Actividades para realizar

EJ

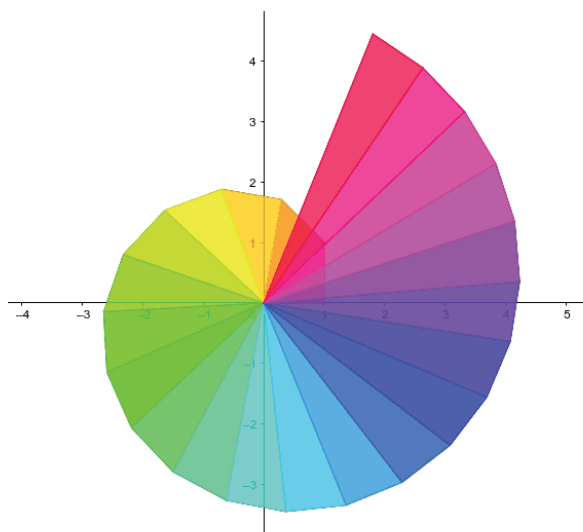
1) En una hoja cuadriculada se pide que:

- Dibuje triángulos rectángulos.
- Dibuje las áreas correspondientes para cada lado del triángulo.
- Calcule las áreas pequeñas de los catetos, súmalas y valora el sumando respecto al área del cuadrado correspondiente a la hipotenusa.

2) Sobre una línea recta horizontal debes señalar la unidad como 1 cm y múltiplos de ella. Luego dibujar un triángulo rectángulo de 1 cm de cateto. Usando el Teorema de Pitágoras calcular el valor de la hipotenusa y trasladarlo a la recta. Consecutivamente usando los triángulos rectángulos convenientes represente sobre la recta los números $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}$, etc.

3) Partiendo de un cuadrante superior de una hoja dibuje un triángulo rectángulo de 1 cm x 1 cm de cateto, señale el valor de la hipotenusa a continuación; una a este un triángulo rectángulo cuya hipotenusa valga $\sqrt{3}$, luego obtenga $\sqrt{4}$ y así sucesivamente... $\sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \dots, \sqrt{16}$.

Observe la figura que va formando con la adhesión de triángulos rectángulos sucesivos Esta figura se conoce con el nombre de *Espiral de Teodoro*.



Act

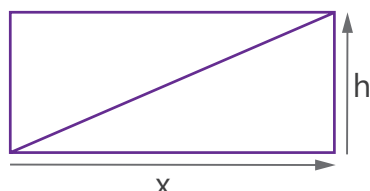
#Actividad 2

Actividad Práctica: entre rectas y diagonales

Se propone trabajar en la construcción, o redescubrir, propiedades de triángulos y otras figuras geométricas a partir del uso de material concreto.

Usaremos un par de hojas de papel, regla, escuadras (30°-60° y 45°) y transportador.

→ Trazamos una diagonal (hipotenusa) en la hoja o mitad de la hoja. ¿Qué figuras geométricas podemos observar luego de nuestro trazado de la diagonal.



→ Medimos los catetos (el lado más largo y la altura hacia la diagonal) y realizamos el cociente de altura/lado medido.

→ ¿Qué podemos decir de la relación de las áreas del rectángulo y del triángulo observado? Recordamos como escribir cada una de ellas y ¿Cuál sería la relación matemática entre ellas?

→ ¿Qué otro trazado de diagonales es posible realizar para identificar un triángulo cuya área también sea la "½ del área de rectángulo inicial"?



Utilice distintas diagonales, grandes o más chicas ¿Cómo les quedo?

→ ¿Podemos visualizar un paralelogramo no rectangular en ellas? ¿Cómo lo construimos?

→ Transforme (corte, traslada → Trazamos una diagonal (hipotenusa) en la hoja o mitad de la hoja. ¿Qué figuras geométricas podemos observar luego de nuestro trazado de la diagonal → ¿Qué otro trazado de diagonales es posible realizar para identificar un triángulo cuya área también sea la "½ del área de rectángulo inicial"?

Utilice distintas diagonales, grandes o más chicas ¿Cómo les quedo?

→ ¿Podemos visualizar un paralelogramo no rectangular en ellas? ¿Cómo lo construimos?

→ Transforme (corte, traslade gire, etc.) de manera que la nueva figura forme nuevos rectángulos o paralelogramos. Analice ¿Qué propiedades tienen en común con la anterior? ¿Y cuáles particularidades son diferentes? Trata de escribir estas "particularidades" nuevas → ¿Qué otro trazado de diagonales es posible realizar para identificar un triángulo cuya área también sea la "½ del área de rectángulo inicial"?

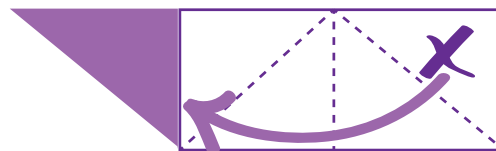
Utilice distintas diagonales, grandes o más chicas ¿Cómo les quedo?

→ ¿Podemos visualizar un paralelogramo no rectangular en

ellas? ¿Cómo lo construimos?

→ Transforme (corte, traslade gire, etc.) de manera que la nueva figura forme nuevos rectángulos o paralelogramos. Analice ¿Qué propiedades tienen en común con la anterior? ¿Y cuáles particularidades son diferentes? Trata de escribir estas "particularidades" nuevas nal.

→ Medimos los catetos (el lado más largo y la altura hacia la diagonal) y realizamos el cociente de altura/lado medido. → ¿Qué podemos decir de la relación de las áreas del rectángulo y del triángulo observado? Recordamos como escribir cada una de ellas y ¿Cuál sería la relación matemática entre ellas?



Act

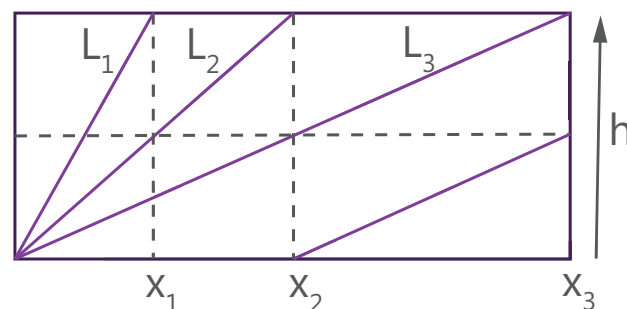
#Actividad 3

Jugando con las diagonales y los triángulos que se forman

Ahora dividamos la hoja por la mitad. Luego por la mitad de la mitad y en cada caso podremos trazar nuevas diagonales desde un mismo origen

¿Qué podemos observar? ¿Se forman triángulos? ¿Cómo clasificaría dichos triángulos?

→ Observando las diagonales trazadas (L_1 , L_2 , L_3 , etc)



¿Cómo son entre ellas? Construya una tabla donde registre:

La comparación de las pendientes de dichas diagonales (señalando y haciendo el cálculo correspondiente de "h/L" como antes).

Para cada diagonal calcule la relación "h/ x".

La comparación midiendo el ángulo de inclinaciones usando transportador.

→ Compare finalmente los valores registrados en una relación de orden de menor a mayor.

→ Calcule los senos de los ángulos registrados con el transportador y compare con cada una de las relaciones "h/L"

→ Calcule los cosenos de los ángulos registrados con el transportador y compare con cada una de la relaciones "x/L"

→ Calcule las tangentes de los ángulos registrados con el transportador y compare con cada una de la relaciones "h/x"

NOTA: Al comparar la diferencia de inclinación calculada es similar a comparar la pendiente de un techo o inclinación de una calle o pendiente, es decir indica cuanto me elevo respecto a cuanto avanzo.

→ Si buscáramos trazar una recta paralela a la diagonal más larga ¿Cómo haríamos? ¿Por qué podemos decir que son paralelas? ¿Qué compararía para afirmar este paralelismo?

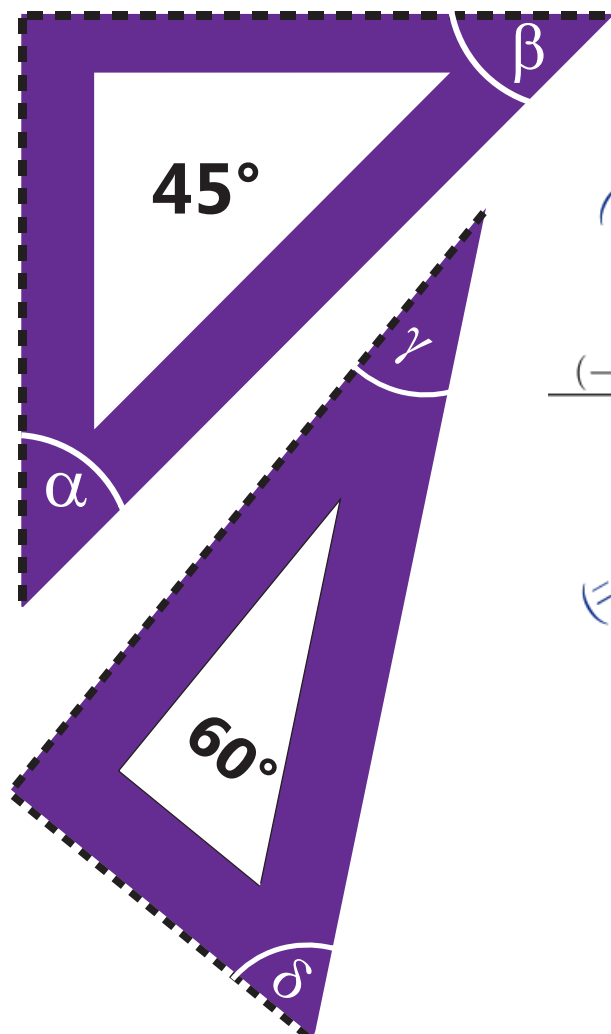
→ ¿Qué le permite verificar esta actividad entre la teoría y la construcción práctica realizada?

→ Comparar los valores medidos de las diagonales y el calculado usando el Teorema de Pitágoras con los valores también medidos de x y de h.

Act

#Actividad 4 - para hacer en casa - Un poco de trigonometría con tus escuadras

Medir los lados de las escuadras y calcular los ángulos de las mismas usando las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente. Constatar los cálculos realizados para cada ángulo con los datos obtenidos directamente al medir con un transportador.

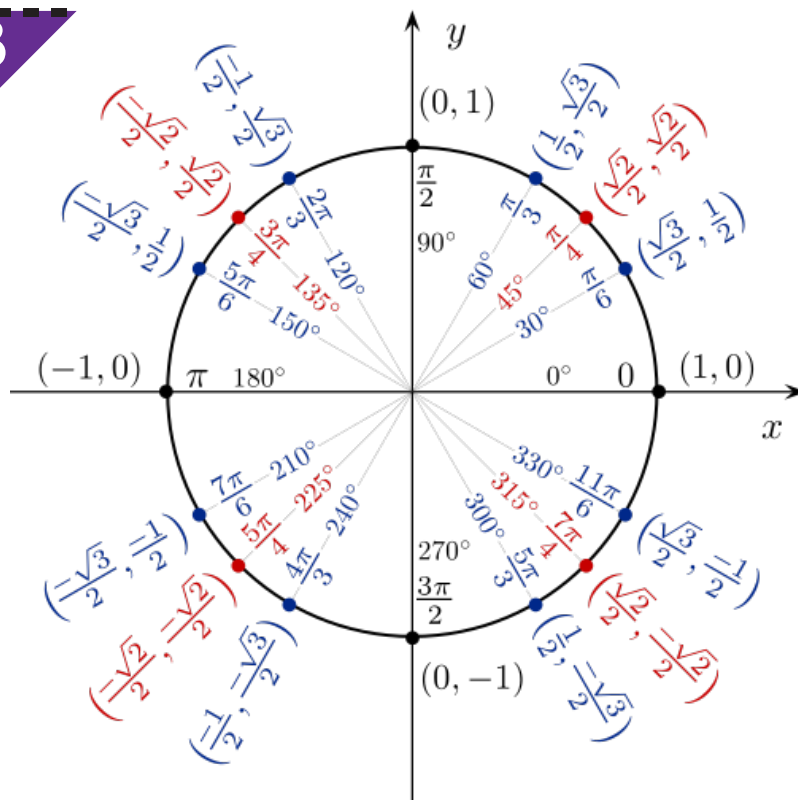


Otra forma de ver la trigonometría

Si bien existen infinitas combinaciones de lados que formen triángulos de diversas formas, la mayoría de los estudios de la trigonometría se limitan a un tipo de triángulo particular: el triángulo rectángulo.

Luego de las actividades propuestas apelamos a que se haya comprendido el valor de que **CUALQUIER TRIANGULO NO RECTÁNGULO** puede estudiarse como la combinación de dos triángulos rectángulos.

En ingeniería y en particular en ingeniería mecánica se hace



amplio uso de la trigonometría, al punto que, la “célula estructural” de la que se parte para diseñar y analizar un tipo de estructuras muy difundido es un triángulo.

Otra forma que podemos encontrar presentado el tema de trigonometría, como funciones trigonométricas es a partir del **CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO O CIRCUNFERENCIA DE GONIOMETRÍA**

En este círculo la longitud del radio se define como de una unidad o de radio unitario.

Al recorrer el perímetro de su circunferencia en un sentido antihorario (hacia la izquierda) se pueden ir formando infinitos triángulos rectángulos.

Los puntos más característicos se muestran en la figura. También allí se indican los ángulos medidos en dos sistemas: el grado sexagesimal (los grados que indica el instrumento transportador) y la equivalencia en radianes donde un radian equivale a 57,3° o también seguramente te resulta conocido representar a $180^\circ = \pi$ rad ó $360^\circ = 2\pi$ rad que representa a “radianes”.

El número irracional π y su relación con los círculos era un tema de mucho interés y valorado en la antigüedad.

escuadra 45°	seno	coseno	tangente
α			
β			

escuadra 45°	seno	coseno	tangente
γ			
δ			

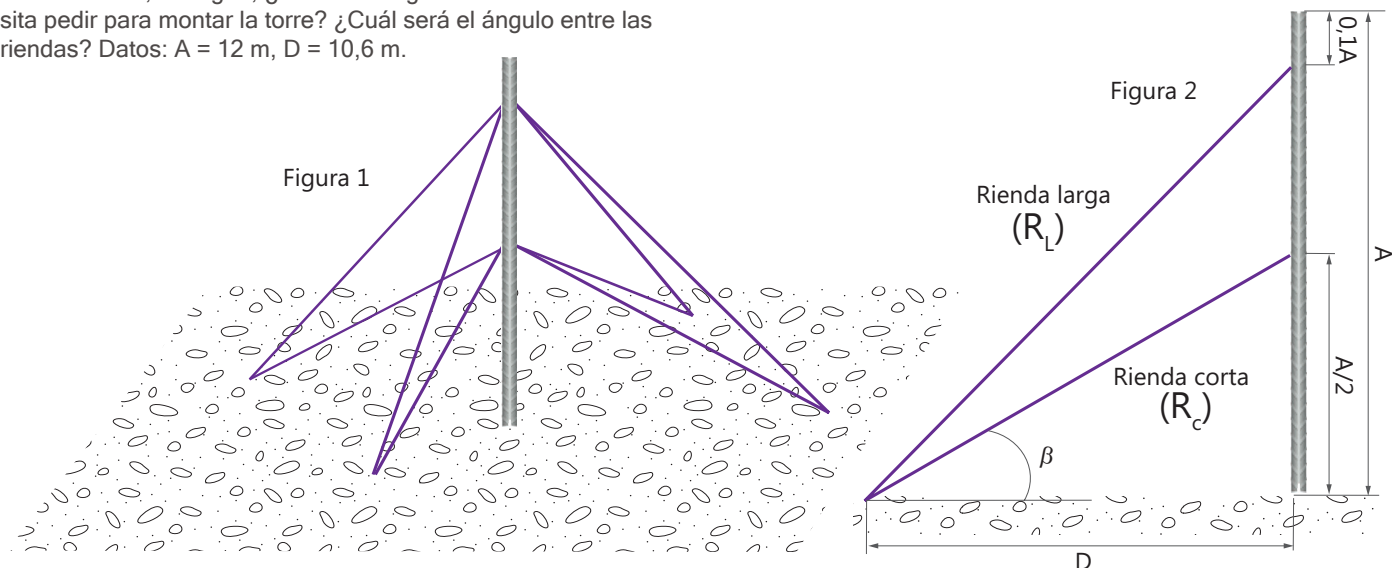
*Si el valor del radio del círculo es $R = 1$.
Entonces el $\sin(0^\circ) = 0$, es decir que no hay valor de cateto opuesto. Pero luego el $\cos(0^\circ) = 1$, ya que el cateto adyacente al ángulo coincide con el radio $R = 1$.*

Un ingeniero necesita calcular las riendas de una torre de modo que resistan la acción del viento sobre la misma (ver figura 1). Si bien la torre tiene 8 riendas en total, el problema es simétrico, por lo cual basta con calcular la geometría de un par de riendas. El ingeniero arma entonces un modelo simplificado para comenzar el cálculo, como se representa en la figura 2.

A partir de los datos explicitados en la figura 2 deberá obtenerse: los ángulos de elevación de ambas riendas y la longitud tanto de la rienda inferior como de la superior. Si el peso del cable es de $0,134 \text{ kg/m}$, ¿cuántos kilogramos de cable necesita pedir para montar la torre? ¿Cuál será el ángulo entre las riendas? Datos: $A = 12 \text{ m}$, $D = 10,6 \text{ m}$.

$$R_C = \sqrt{(D)^2 + \left(\frac{A}{2}\right)^2}$$

$$R_C = \sqrt{(10,6 \text{ m})^2 + \left(\frac{12 \text{ m}}{2}\right)^2} = 12,18 \text{ m}$$



Resolución

Si se observa la figura 2, se ve que quedan definidos 3 triángulos, dos de ellos rectángulos. Uno de los triángulos rectángulos se forma entre la base donde apoyaría la estructura (el piso), la rienda más baja y la torre. El otro triángulo rectángulo queda definido entre la rienda más larga, el piso y la torre. Además se puede observar un triángulo que no es rectángulo entre ambas riendas y la torre.

Siempre que sea posible es conveniente trabajar con triángulos rectángulos, ya que las ecuaciones que se usarán son más simples. De este modo, se empezará calculando la longitud de la rienda más baja.

Recordando el teorema de Pitágoras, se necesita conocer la hipotenusa del triángulo, ya que esa sería la longitud del cable en cuestión. Como también es preciso averiguar el ángulo de elevación, el cateto adyacente es el lado formado por el piso, y el cateto opuesto el delimitado por la torre. Si se designa como R_C a la longitud de la rienda corta, lo que se acaba de enunciar sería:

$$H_{(\text{hipotenusa})} = R_C = ?$$

$$CA_{(\text{cat. adyacente})} = D$$

$$CO_{(\text{cat. opuesto})} = \frac{A}{2}$$

Aplicando el teorema de pitágoras:

$$H^2 = (CA)^2 + (CO)^2$$

$$R_C^2 = (D)^2 + \left(\frac{A}{2}\right)^2$$

Para calcular el ángulo de elevación β de la rienda se usarán las razones trigonométricas ya tratadas. Para el triángulo rectángulo en cuestión, ya se conocen los tres lados, y se sabe como es obvio el ángulo de 90° . Para calcular el ángulo solicitado se puede usar cualquiera de las funciones trigonométricas: seno, coseno o tangente, ya que se dispone de todos los valores de los lados. Para calcular β , se usará la definición de tangente, ya que al aplicarla, se están usando datos originales del problema.

$$\tan(\beta) = \frac{CO}{CA} = \frac{A/2}{D}$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{A/2}{D}\right) = \arctan\left(\frac{\frac{12}{2} \text{ m}}{10,6 \text{ m}}\right)$$

$$\beta = 0,515 \text{ rad} = 29,5^\circ$$

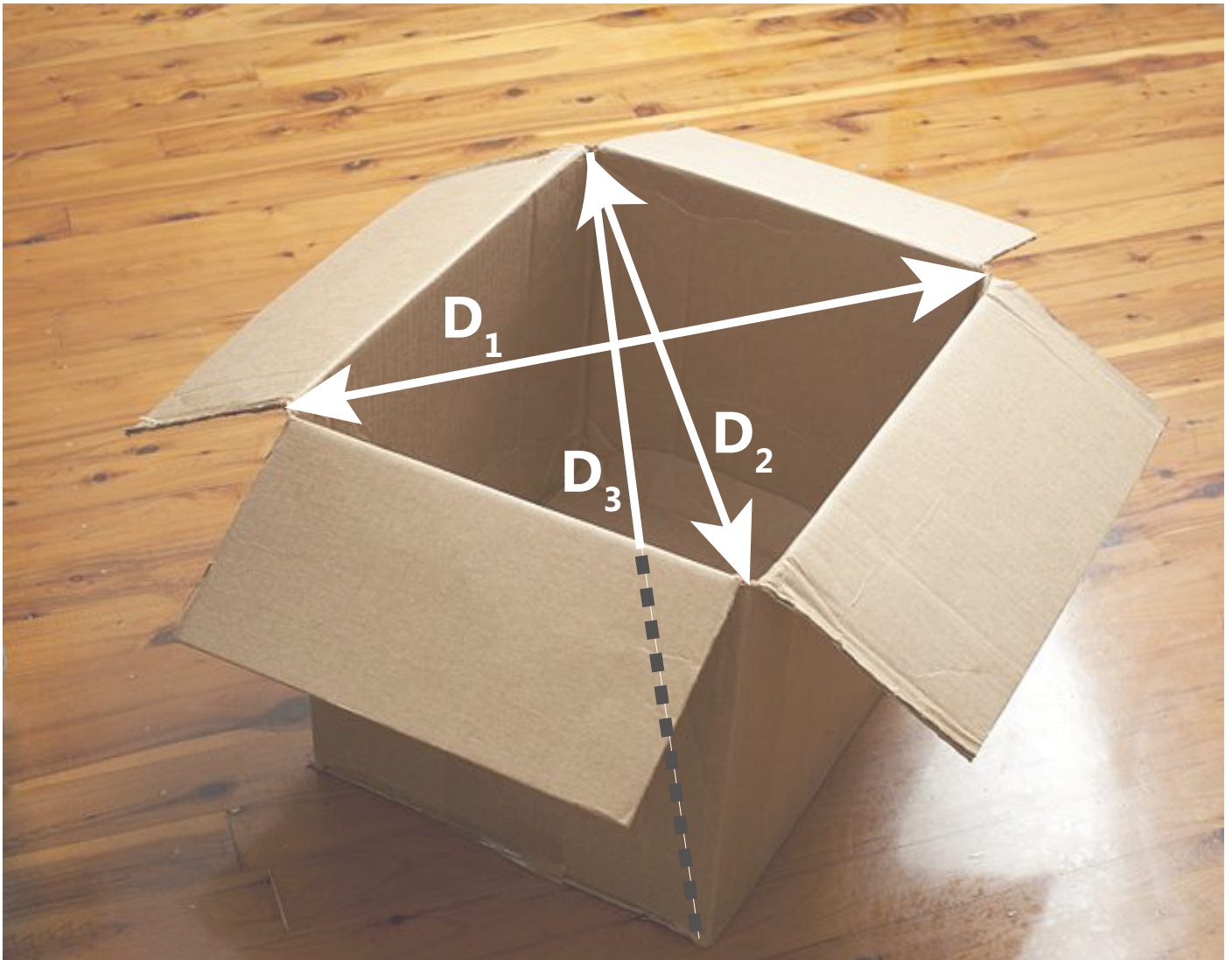
¿Cómo continuarías para obtener el valor de longitud de la rienda Larga y las masa total de cable?

Un desafío mayor para hacer en casa: desde ahora y hacia el final del ingreso.

¿Cuáles son las diagonales de una caja?

Se requiere que *dispongan de una caja y visualicen todas las diagonales*. Luego marquen aquellas que identifican. ¿Habrá alguna diagonal que es difícil de dibujar o trazar directamente? ¿Cuál es la más difícil?. Y si necesitáramos su medida ¿Cómo podemos hacer para obtenerla? o ¿Cómo podemos calcularla?

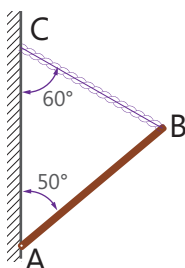
Atención: quizá en una caja podamos hacerlo pero en otro contexto como ser: un salón, un gimnasio, un estadio o un galpón, puede no ser sencillo medirlo tal cual. Entonces es importante visualizar como calcularlo.



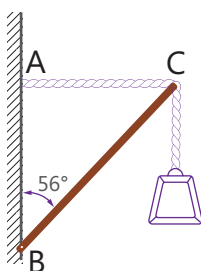
Continuamos con mas ejercicios

La práctica hace el maestro

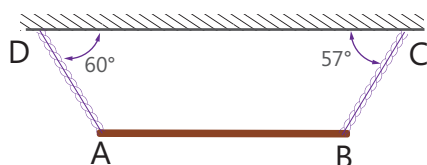
1) En la estructura de la figura, una barra de 2,5 m está articulada a la pared en el punto A y en su extremo B hay una rienda que la une al punto C de la pared formando con ella los ángulos que se ven en la figura. ¿Cuál es la longitud de la rienda? ¿Qué distancia hay entre los puntos A y C?



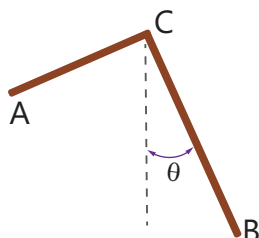
2) En el sistema de la figura, un bloque está suspendido de un cable del punto C, a) ¿Qué longitud tendrá la rienda AC? b) ¿Qué longitud tendrá la varilla BC para que todo el conjunto esté completamente estático? ¿La distancia a la que se encuentra fija la rienda a la pared es $AB = 2$ m?



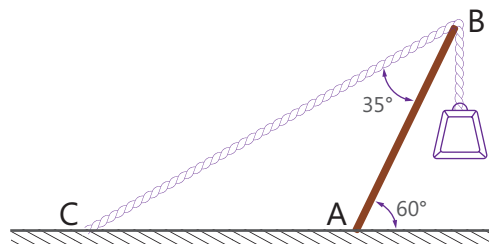
3) Una barra AB de 2 m de largo se mantiene horizontal suspendida de dos cuerdas como se ve en la figura. Las riendas se encuentran amuradas al techo en los puntos D y C, de manera que la longitud CD es de 2,85 m. Calcular la longitud de cada rienda teniendo en cuenta los ángulos que forman con el techo según se ve en la figura.



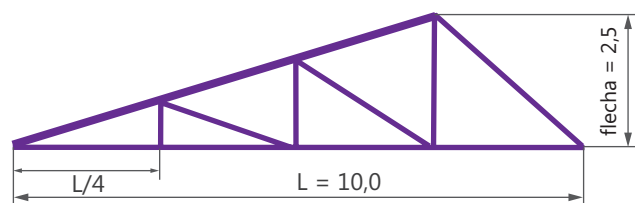
4) **Problema Desafío.** Una varilla delgada de hierro de 1 m de longitud se dobla con un ángulo de 90° a los 40 cm (AC) de uno de los extremos y se cuelga de un clavo en C de manera que cuelga del vértice o doblez de la varilla. Determinar el ángulo que forma el tramo más largo de la varilla con la vertical.



5) La varilla AB de la figura tiene una longitud de 2,5 m encontrar el valor de la longitud de la rienda. Todo el sistema está en equilibrio estático.



6) El ingeniero acaba de calcular una estructura reticulada para construir un galpón. Debe fabricarla de caño estructural de 50 mm x 50 mm x 2,5 mm. Si los caños vienen de 6 m, ¿cuántos caños debe comprar para construir la estructura? Según el catalogo del fabricante, el caño que necesita tiene 3,77 kg por cada metro; ¿Cuántos kg tendrá la estructura?



7) Un instalador de paneles solares debe instalar un equipo en un techo. El único lugar posible es detrás del tanque de agua de la vivienda, que tiene una altura de 2,20 m. A las 10 de la mañana el ángulo de elevación del sol (en invierno) es de 27°

¿A qué distancia por detrás del tanque debe colocar los paneles para que no los afecte la sombra?

Una actividad extra de búsqueda e investigación
Realice una búsqueda en internet de demostraciones y ejemplos del teorema del seno y del coseno.

→ Primero mire varios videos y analice cual a su criterio es el mejor justificando su elección.

→ Registre la url del o los videos.

→ Realice Ud. mismo la demostración repitiendo los pasos propuestos en el video tanto para el **TEOREMA DEL SENO Y EL TEOREMA DEL COSENO.**



→ Trate de repetirlo para triángulos con ángulos interiores menores a 90° (agudos) es decir triángulos acutángulos y con triángulos con un ángulo interior mayor a 90° (obtuso) es decir triángulos obtusángulos.

→ Luego el docente de su comisión le pedirá cuando y de qué manera deberá subir o entregar ésta tarea.

#Actividad 6

Laboratorio para hacer en casa
Relación entre el perímetro y
diámetro de distintos cuerpos cilíndricos

Se pretende que cada uno, en forma individual, elija entre 5 y 10 cuerpos cilíndricos para la experiencia. Estos deberán tener un gradual crecimiento de tamaño dentro del conjunto seleccionado. Por ejemplo: Una vaso cilíndrico, una lata de insecticida, una botella de vidrio, una olla pequeña de cocina, etc. Evitando trabajar con cilindros muy chicos y otros muy grandes, como sería el caso de medir lápices o recipientes de remedios junto con tarros de pintura de 20 litros.



Recipiente 1:
cacerola



Recipiente 2:
vaso de vidrio



Es muy importante destacar que el procedimiento (el qué hacer y cómo hacerlo) para obtener los datos requeridos, será discutido en forma general en cada comisión. Luego cada uno realizará la experiencia, apelando a un criterio lo más superador que se consideren capaces de poder realizar, y considerando los recipientes e instrumentos disponibles para medir en su domicilio.

Se remarca que tanto el perímetro como el diámetro deben ser medidos y No Calculados con fórmulas buscadas o ya conocidas por Uds.

La claridad con que se explique el procedimiento, la organización y la presentación misma serán una parte esencial para evaluar y calificar el informe final de su propuesta.

El informe final deberá incluir lo siguiente:

- 1- Una foto de los recipientes e instrumentos utilizados para obtener los datos requeridos; perímetro y diámetro.
- 2- El procedimiento de medición, explicando de forma clara y concreta lo que realizaron en cada caso.
- 3- Los datos resumidos en una tabla como se muestra a continuación, pudiendo Uds. variar el formato y agregar columnas si las consideran importantes.

AL COLOCAR LOS DATOS DE LAS MEDICIONES, USAR UNIDADES COHERENTES. SI EL PERÍMETRO FUE MEDIDO EN CENTÍMETROS, LO MISMO DEBERÁ SER MEDIDO O CONVERTIDO EL VALOR DEL DIÁMETRO. EL ERROR DE LA MEDICIÓN ESTÁ ASOCIADO AL INSTRUMENTO USADO.

Recipiente	Perímetro (P)	error de P/medición de P	Diámetro (D)	error de D/medición de D

Luego con los datos de perímetro y diámetro obtenidos para cada recipiente realizará una correlación tipo (x,y) de:

Diámetro vs Perímetro (D,P) → (x,y)

Esta correlación o registro puede ser a mano o mediante el uso de un programa de planilla de datos y análisis, como es Excel, o las hojas de cálculo de google.

El uso de esta planilla es importante para el análisis de datos, porque que permitirá analizar y clasificar la correlación, verificando si la misma responde a un modelo lineal o no.



Estas gráficas y ajustes pueden caracterizar alguna característica importante de la correlación, que será analizada para cada comisión y el conjunto de las comisiones.

Con lo hasta aquí detallado y los detalles a continuación detallados, podrán realizar un informe de lo actuado, y luego entregarlo o subirlo al Aula virtual.

Como detalles finales vale considerar títulos generales que deben estar presentes en el informe:

Introducción (Breve descripción o Conocimientos previos del tema)

Materiales y Métodos (Instrumentos, equipos y procedimiento utilizado)

Datos obtenidos (Resultados experimentales obtenidos)

Análisis de Resultados (Descripciones de lo obtenido, valores, comparaciones, etc)

Conclusiones Finales (Representaría el cierre final a modo de resumen)

Bibliografía (fuentes de información, libros, paginas web)

3

Vectores

De la trigonometría a aprender sobre vectores

Uno de nuestros primeros desafíos en este nuevo camino de estudio en la universidad, es facilitarte y ayudarte a entender que las fórmulas son una expresión resumida de **UTILIZAR UN MODELO DE TRABAJO E INTERPRETACIÓN DE LA REALIDAD**, las que nos permitirá predecir lo que ocurrirá sin tener que experimentar la teoría o teorizar la experiencia. No obstante al comienzo es necesario animarse a realizar un camino de ida y vuelta que permita crear un lazo de re-alimentación de conocimientos (feedback).

¡Comencemos!

Comenzaremos apelando lo que Uds. recuerden de conceptos que seguro trabajaron durante el secundario, y que también son parte de nuestro lenguaje y vivencia diaria, preguntémonos por ejemplo:

¿Cómo explicaría que algo, o alguien, se mueve? Es decir ¿Para Ud. qué significa moverse? ¿Será necesario dejar en claro si lo que se mueve, se aleja o acerca?

Otros conceptos de Física también usados durante el nivel medio son los términos: **DESPLAZAMIENTO, VELOCIDAD LINEAL MEDIA Y LAS FUERZAS.**

También pueden explicar lo que recuerden del concepto de **DESPLAZAMIENTO (d)** aun sin mayores distinciones o especificaciones.

Quizá también recuerden el concepto de velocidad como:

$v = d/t$, que indica el cociente del desplazamiento (longitud) respecto al tiempo "t" empleado en realizar dicho desplazamiento (también se suele decir que la velocidad es la razón de cambio de desplazamiento en función del tiempo).



Cuando simplificamos demasiado las expresiones, se pierde información respecto al movimiento del objeto



¿Podemos responder si un objeto en estudio (móvil), se acerca o aleja de nosotros?

Al usar bien las fórmulas y los resultados que obtengamos, no sería necesario aclarar con palabras. La fórmula debe permitirnos responder sobre el movimiento respecto a nosotros como observador, por supuesto que eso requiere "nuestro aprendizaje de aprender a leer dichas fórmulas que es el lenguaje propio de la Física"

La importancia que requieren estas magnitudes que es indicar
"HACIA DONDE..."

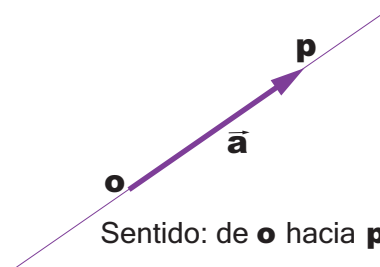
le dan unas características especiales llamadas **MAGNITUDES VECTORIALES** *que requieren indicar la dirección y el sentido.*

Una ventana de auxilio matemático

El movimiento más simple de estudiar es el movimiento lineal. Algunas cantidades físicas están direccionadas, es decir que para dar real significado a su característica, necesitan que se informe también de una dirección además de su magnitud; dichas cantidades especiales son parte de las llamadas **magnitudes vectoriales o simplemente vectores.**

¿Qué son los vectores? Definición

Es un segmento de recta orientado, es decir que tiene una dirección y sentido asignado, y se lo denota en negrita o escrito con una flechita arriba.



ELEMENTOS DE UN VECTOR: Todo vector tiene los siguientes elementos:

- **Módulo o Intensidad:** representa el valor de la cantidad física vectorial, está representado por la longitud del vector, tomado o medido a cierta escala. Se describe con letra normal o con barras verticales.
- **Dirección:** está representado por la recta que contiene al vector y es importante destacar el ángulo de inclinación de la recta que contiene dicho vector, con otras rectas que pueden ser de referencia. Sea el caso de un plano (2 Dimensiones) o en el espacio (3 Dimensiones).
- **Sentido:** indica la orientación de un vector, gráficamente está dado por la cabeza de la flecha del vector y con sentido izquierdo o derecho de la recta que lo contiene.

Vamos con los primeros ejercicios

EJ

Representa los vectores, con las direcciones y sentidos indicados.

- # un vector a tiene módulo 3 y dirección 30°
- # un vector b tiene módulo 4 y dirección 120°
- # un vector c tiene módulo 4 y dirección 210°

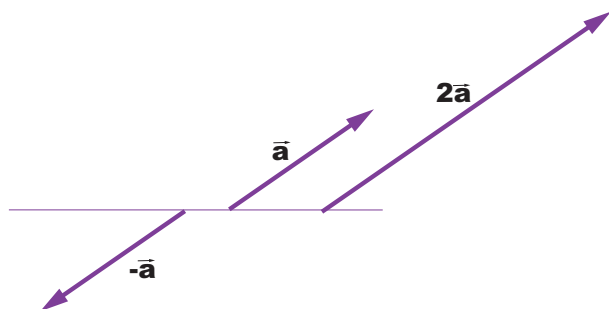
Producto de un vector por un escalar o un número

El producto de un número real k por un vector $\vec{a}$, es otro vector:

- De **igual dirección** que el vector $\vec{a}$.
- Del **mismo sentido** que el vector $\vec{a}$ si k es **positivo** ($k > 0$) y será de **sentido contrario** del vector $\vec{a}$ si k es **negativo** ($k < 0$).
- De **módulo** k veces el módulo del vector $\vec{a}$. Es decir $|k||\vec{a}|$

El producto de un vector por un escalar es otro vector cuyo módulo es el producto del escalar por el módulo del vector, cuya dirección es igual a la del vector, y cuyo sentido es contrario a este si el escalar es negativo.

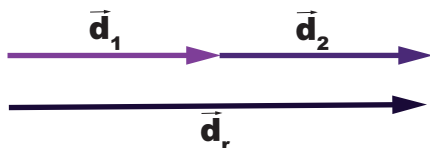
Ejemplificamos para $k = -1$ y $k = 2$ en la figura.



EJ Ejercicio: Un vector $\vec{d}$ tiene una magnitud de 2,5 m y apunta en dirección vertical definido positivo hacia arriba. Representarlos gráficamente y expresar las magnitudes y direcciones de los vectores: $-\vec{d}$, $4\vec{d}$, $\vec{d}/2$; $-2,5\vec{d}$

La suma de Vectores en una misma dirección

Pensemos en una partícula que se desplaza 5cm en la dirección Oeste-Este y se detiene. Luego se desplaza en la misma dirección 3 cm. Es decir se ha desplazado en total 8 cm. Esa situación podría representarse utilizando dos vectores $\vec{d}_1$ y $\vec{d}_2$ para los dos desplazamientos. La representación del desplazamiento total o resultante $\vec{d}_r$ podría encontrarse colocando el vector $\vec{d}_1$ y a continuación de él colocar $\vec{d}_2$. De este modo el vector $\vec{d}_r$ estaría representado por el vector que tiene el inicio en el inicio de $\vec{d}_1$ y su extremo en el extremo de $\vec{d}_2$.



i En el ejemplo anterior, en el cual los vectores sumados son colineales, es decir están sobre la misma recta, la suma es particularmente sencilla. **!**

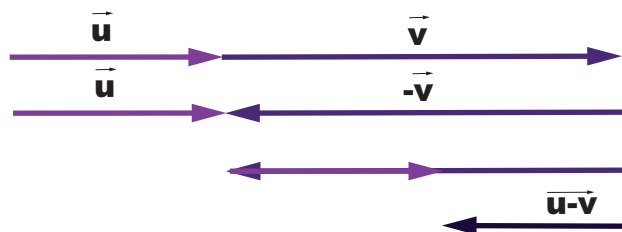
La Resta de Vectores unidimensionales y el símbolo (Δ) de variación

El concepto de variación de posición ($\Delta x = x_f - x_i$) implica analizar la resta de vectores.

En general la resta de dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$, puede ser descripta como una suma del vector $\vec{u}$ con el vector opuesto de $\vec{v}$, en la figura ($\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$), el que puede ser escrito (-1) por $\vec{v}$.

Esta expresión puede ser formalizada gráficamente y matemáticamente así:

gráficamente:



Analíticamente o por formalismo matemático:

$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + [-1(\vec{v})] = \vec{u} + (-\vec{v})$$

Algunos ejercicios para uso con vectores en una dimensión lineal

EJ

- 1) Considera dos desplazamientos, $\vec{d}_1 = 3$ m y $\vec{d}_2 = 4$ m. Como pueden combinarse estos desplazamientos para que lograr:
 - a) Un desplazamiento de módulo total de 7 m.
 - b) Un desplazamiento de módulo total de 1 m.
 - c) ¿Y un desplazamiento de 5 m?

- 2) Una lancha puede moverse con velocidad de 15 Km/h. Si la lancha viaja en un río cuyo cauce tiene una velocidad promedio de 8 Km/h. Describa la velocidad del bote (módulo, dirección y sentido) en las siguientes situaciones:
 - a) la lancha se mueve a favor de la corriente del río.
 - b) la lancha se mueve en contra de la corriente del río.

Una suma particular

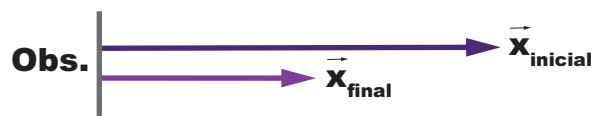
De esta forma la escritura del término desplazamiento " $\vec{d}$ " será reemplazado por Δx . El símbolo Δ es la letra griega mayúscula: delta.

En física representa el cambio de algo, en este caso sería el cambio de posición x , que experimenta un objeto, este símbolo será usado también en otros temas de Física:

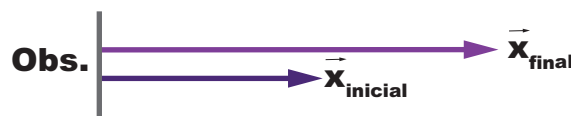
$$\Delta x = x_{\text{final}} - x_{\text{inicial}}$$

- Dos ejercicios para aplicar lo visto recién:
- ¿Qué signo tiene Δx en el caso graficado anterior?
 - ¿Qué hizo el objeto respecto al observador?
 - ¿Se alejó?
 - ¿Se acercó?

EJ



Y en esta situación nueva:



- ¿Qué signo tiene Δx en este caso?
- ¿Qué hizo el objeto respecto al observador?

Entonces para estos dos casos y reformulado:

Podemos expresar el concepto del vector velocidad media como:

$$\mathbf{v} = \Delta \mathbf{x} / \Delta t = (\mathbf{x}_{\text{final}} - \mathbf{x}_{\text{inicial}}) / \Delta t$$

Por lo que podemos decir que si quisiéramos representar al vector velocidad media, éste sería un vector con la misma dirección y sentido que $\Delta \mathbf{x}$ (el vector cambio de posición) y su módulo depende del valor que tenga el Δt .

Si el valor de Δt es muy grande el modulo vector velocidad media disminuye, y si Δt es muy chico el modulo del vector velocidad media aumentará:

¿Por qué?
¿Puedes explicarlo?

Continuemos con nuestro auxilio matemático

Las formulas en Física son expresiones matemáticas que vienen en **NUESTRO AUXILIO** para poder predecir y explicar mejor los fenómenos que nos interesan.



Profundicemos sobre el uso de vectores.

Otro concepto que casi todos los estudiantes que ingresan a la universidad asocian a vectores, es el de **"Fuerza"**. Sobre su definición específica y uso lo ampliaremos y trabajaremos más adelante.

Recordando las propiedades vistas anteriormente analicemos la siguiente figura. Allí se distinguen tres vectores de distinta longitud que llamaremos con negrita $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$ y $\mathbf{F}_3$.

Observando la figura:

¿Podemos distinguir que uno podría ser el vector unidad?
¿Cuál de ellos sería?

Estos vectores cumplen con el producto de un escalar por un vector, y podemos explicar que: $\mathbf{F}_1$ tiene el doble de longitud que $\mathbf{F}_3$ por lo que se puede relacionar matemáticamente como una igualdad o proporcionalidad como vimos al comienzo



$\mathbf{F}_1 = 2\mathbf{F}_3$ o bien que la relación $\mathbf{F}_1 / \mathbf{F}_3 = 2$.

Ahora podemos completar las siguientes frases:

$\mathbf{F}_2$ respecto a $\mathbf{F}_3$ es: y su igualdad es

$\mathbf{F}_2$ respecto a $\mathbf{F}_1$ es: y su igualdad es

Estos vectores pueden representar a las magnitudes vectoriales que utilizaremos como ser: **Fuerzas, desplazamientos, velocidades y/o aceleraciones**. Es importante notar que en este caso particular actúan en la misma dirección y sentido, y por ello se pueden sumar algebraicamente, es decir sumar considerando su signo (derecha o izquierda, positivo o negativo).

Pensemos que son **fuerzas aplicadas** por diferentes personas sobre un mismo objeto que queremos mover (también es válido si consideramos un desplazamiento a continuación de otro) por lo que si por alguna razón, pienso en sumarmas, matemáticamente podemos escribir que:

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_3 = 2\mathbf{F}_3 + \mathbf{F}_3 = 3\mathbf{F}_3$$

también podemos escribir que:

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = 2\mathbf{F}_3 + 6\mathbf{F}_3 = 8\mathbf{F}_3$$

Con lo cual estamos aceptando que, independientemente del significado físico, matemáticamente estos vectores, se pueden:

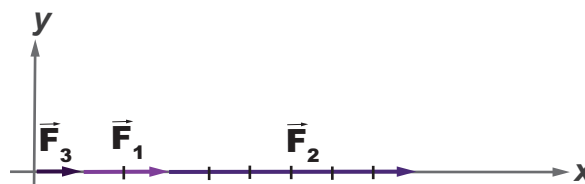
a) multiplicar por un número obteniendo otro vector por ejemplo:

$$3\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_2$$

b) sumar vectores entre sí, siempre y cuando sean co-lineales (de igual dirección) dando por resultado otro vector con igual dirección y cuyo modulo vale la suma de los sumandos, Ejemplo:

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = 8\mathbf{F}_3$$

Un desafío más, si ahora ubicamos los 3 vectores anteriores todos en el mismo origen de un sistema de referencia convenientemente seleccionado y todos con el mismo origen. Es decir que si fueran vectores "Fuerzas", todos están tirado o empujando desde el mismo punto y momento, en forma horizontal y en dirección del eje X positivo.



Podemos pensar matemáticamente que cada fuerza $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$, $\mathbf{F}_3$ se puede escribir como un par ordenado $(x;y)$, donde el valor de la $\mathbf{F}$ en " x " ocupa el primer lugar, mientras que el segundo lugar lo ocupa el valor de $\mathbf{F}$ que tenga en " y ". Como en este caso es cero por ser todas $\mathbf{F}$ horizontales, po-

dríamos escribirlo así: F_3 es la unidad base y puede ser escrita como $F_3 = (1;0)$, luego podemos escribir $F_1 = (2;0)$ y $F_2 = (6;0)$

Recordando la multiplicación de un escalar por un vector entonces para el par ordenado podemos escribir que:

Si $F_1 = (2;0)$ es posible sacar el 2 como factor común y escribir $F_1 = 2 \cdot (1;0) = 2F_3$

- Trata de repetir este ejercicio para lo que hicimos anteriormente y encuentra todas las relaciones posibles entre F_1 , F_2 , F_3 .
- También pueden aplicarlo para encontrar la suma de vectores como:

$$F_1 + F_2 = 8F_3$$

Quiere decir que si un vector está dado por sus componentes en x e y , multiplicarlo por un número significa multiplicar cada componente del par ordenado por dicho número.

¿Cómo sería el caso de vectores opuestos?

En estos casos el vector opuesto tiene al igual que antes el número negativo -1 que multiplica el vector o el par ordenado. Por ejemplo $-F_1 = (-1)(2;0) = (-2;0) = -2(1;0) = -2F_3$

EJ

Tarea de estudio

Lo visto anteriormente para vectores en X también puede ser utilizado para vectores en Y o verticales.

¿Cómo representarías y escribirías los pares ordenados anteriores para F_1 , F_2 y F_3 ahora verticales?

¿Cómo sumaremos si tienen distintas direcciones?



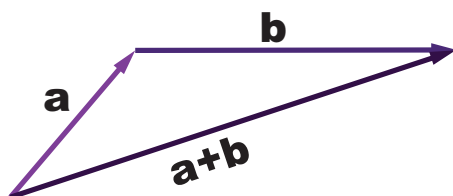
La suma geométrica de vectores en el plano (2D)



Recordamos que hablar de diferentes direcciones es que tienen diferentes inclinaciones y estas inclinaciones matemáticamente se representan por la relación de desplazamiento vertical respecto al horizontal ($\Delta y/\Delta x$)

Veamos ahora como sumar vectores que no tiene la misma dirección considerando el vector a y el vector b que entre sus direcciones forman un ángulo α

¿Puedes señalar el ángulo α en la figura siguiente?



Métodos gráficos para resolver sumas o variaciones.

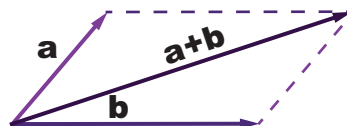
Método del triángulo o método de la poligonal

Consiste en disponer gráficamente un vector a continuación de otro, ordenadamente: el origen de cada uno de los vectores coincidirá con el extremo del anterior.

El vector resultante es aquel cuyo origen coincide con el del primer vector y termina en el extremo del último, como lo muestra la figura con a , b y $a+b$.

Método del paralelogramo

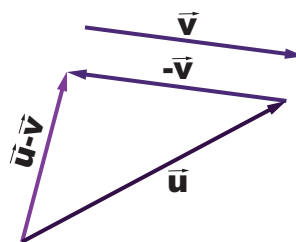
Este método permite solamente sumar vectores de dos en dos(pares). Consiste en disponer gráficamente los dos vectores (a y b) de manera que los orígenes de ambos coincidan en un punto, trazando rectas paralelas a cada uno de los vectores, por el extremo del otro y se cortan en un punto, formando así un paralelogramo (ver gráfico). El vector resultado de la suma es la diagonal de dicho paralelogramo que parte del origen común de ambos vectores.



Otra operación más con vectores:

Continuando con lo visto para la resta de vectores en una dimensión y es fundamental para hallar la variación o resta de una magnitud a utilizar en el tratamiento físico como por ejemplo el cambio de posición $\Delta x = x_{\text{final}} - x_{\text{inicial}}$ o cambio de velocidad $\Delta v = v_{\text{final}} - v_{\text{inicial}}$ entre otras.

Resta de vectores por el método de suma gráfica



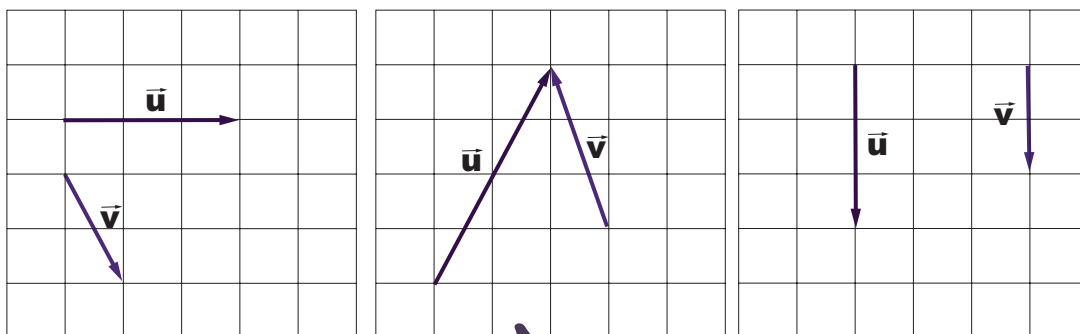
Practica la teoría de suma algebraica de vectores en 2D

EJ

• Para los vectores de la siguiente figura, u y v . Debe obtener la suma vectorial geométrica de $u + v$ y $v + u$

• Escriba cada vector como par ordenado (x,y) = cateto (horizontal, vertical) y aplicar el concepto de suma por componentes.

Nota: puede ser más conveniente reescribirlos en una hoja cuadrículada.



• Ahora para los vectores libres de las figuras anteriores halla el resultado de la suma de $(3\mathbf{u} + 2\mathbf{v})$ y de $(2\mathbf{u} - 3\mathbf{v})$ para cada caso. Podes hacerlo en una hoja cuadrículada extra manteniendo las características de los vectores.

• Traza la resultante de la suma de los siguientes pares de vectores en forma geométrica como analítica para ello. Recordá que podés usar una hoja extra cuadrículada.

¿Y los vectores en el plano? Sumemos otra herramienta matemática. La trigonometría

En los últimos ejercicios, los *vectores colineales* son solo un caso particular, muchas veces tenemos casos de vectores que no están ubicados sobre una misma recta de acción. Es decir, no tienen la misma dirección por lo que surge preguntarse:

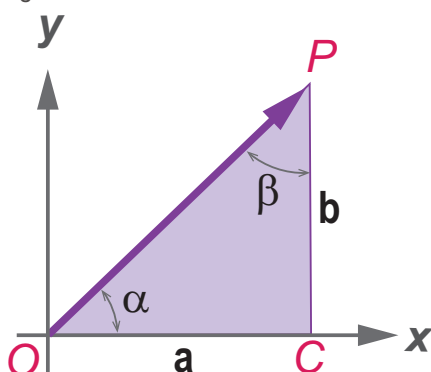
¿Cómo se puede operar matemáticamente en estos casos para poder obtener luego un resultado analítico?

¿También se podrán sumar, restar o multiplicar por un número?

Nos ocuparemos aquí de los vectores **libres**, aquellos que pueden trasladarse a un punto de origen determinado. Para representar los vectores utilizamos un sistema de ejes perpendiculares (ejes coordenados cartesianos) que se cortan en un punto O llamado origen.

La descomposición de un vector (desarmando vectores para armarlos luego)

Deteniéndonos en lo realizado para la construcción geométrica del paralelogramo, nos damos cuenta de que existen infinitos paralelogramos que tienen la misma diagonal, pero existe un único paralelogramo cuyos lados serán perpendiculares entre si paralelos a los ejes coordenados y catetos de un triángulo rectángulo.



Al ubicar un vector cualquiera con su inicio en O, su punto extremo P queda determinado por un par ordenado (a,b) de números reales, llamados coordenadas del punto P como se muestran en la figura y son equivalentes a los catetos vistos antes en trigonometría, OP es la hipotenusa, el segmento OC, cuyo valor en medida es "a", equivale al cateto adyacente al ángulo α y el segmento CP representa al cateto opuesto al ángulo α , con un valor en medida de "b". Similar a lo hecho en la práctica con las componentes horizontales y verticales.

Si observamos los gráficos de suma de vectores podemos encontrar la similitud con la forma un triángulo rectángulo al ser los ejes perpendiculares entre sí.

Entonces podemos definir la dirección del vector OP o resultante, usando de las funciones trigonométricas: **seno**, **coseno** y **tangente** de un ángulo α , como se muestra en la figura:

Ahora trata de escribir como quedarían las expresiones de las funciones trigonométricas para el ángulo β es decir define: $\sin \beta$; $\cos \beta$ y $\tan \beta$.

$$\sin(\alpha) = \frac{b}{OP} = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{a}{OP} = \frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Hipotenusa}}$$

$$\tan(\theta) = \frac{b}{a} = \frac{\text{Cat. Op.}}{\text{Cat. Ady.}} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

Desafío de pensamiento

EJ

Supongamos entonces que tenemos los vectores:

$$\mathbf{F}_1 = (2;0) \text{ y } \mathbf{F}_2 = (0;2)$$

Por su notación estos vectores están ubicados en los ejes x e y de nuestro sistema de ejes coordenados. Podemos afirmar que el resultado de sumarlos por los métodos geométricos que ya sabemos, será otro vector $\mathbf{F}_R$, similar al vector P de la figura.

Ahora, ¿Es así? ¿Lo sabemos? ¿Podemos explicarlo?

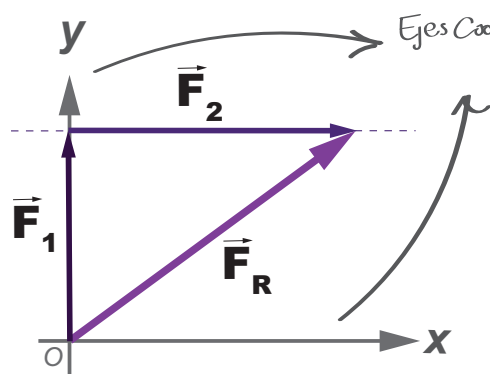
Y si nos preguntan:



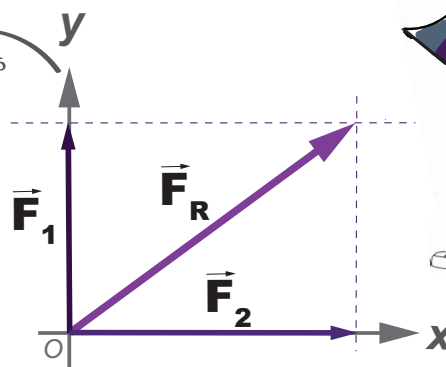
**¿Qué dirección y sentido tendrá?
¿Cuánto vale su módulo?
¿Cómo se calcula?**

Por ejemplo si tenemos los vectores mencionados $\vec{F}_1 = (2;0)$ y $\vec{F}_2 = (0;2)$
Podemos hacer la suma geométrica pero también sumar sus componente según lo ya visto por lo que la $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (2;0) + (0;2) = (2;2)$
y en base a esto analizar las ventajas que tiene este procedimiento como superador.

Recordemos que en forma gráfica para la suma vectorial vimos lo que ahora está representado en la figura de la hoja siguiente, con los vectores $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ y $\vec{F}_R$:

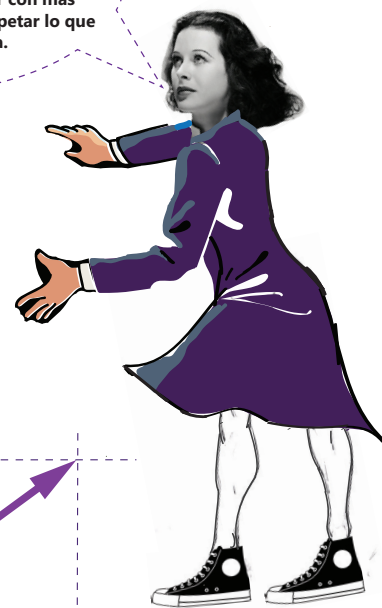


Método de la Poligonal



Método del Paralelogramo

Es aquí donde debemos utilizar nuestra capacidad de pensamiento y transformar esto que es un problema en acciones concretas ya que solo buscando solucionarlo y tomándolo como desafío podremos avanzar con más posibilidades. Pero deberemos respetar lo que hemos visto hasta ahora.



EJ

Desafío vectorial

Si ahora quisiésemos sumar $\vec{F}_R + \vec{F}_1$ tanto por grafica de vectores como por medio de pares ordenados, ¿Te animas hacerlo?

Desafío en marcha....

Atención:

Recuerda que es posible ver que la suma de dos vectores es igual al vector que forma la diagonal del paralelogramo y que tiene por lado a los vectores sumandos. Además esta acción de sumar $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_2 + \vec{F}_1$ demuestra que la suma de vectores es **conmutativa y asociativa**.

Para ejercitarte tanto con la parte grafica como con el operar con pares ordenados, trata de realizar las operaciones indicadas a continuación:

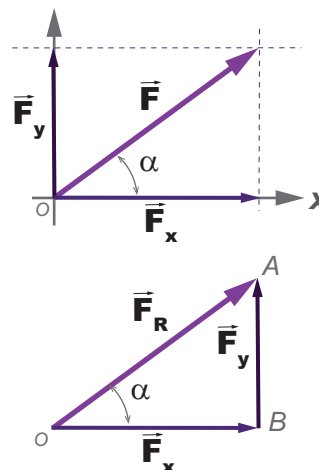
a) $\vec{F}_1 + \vec{F}_4$; b) $\vec{F}_1 - \vec{F}_4$; c) $\vec{F}_1 - \vec{F}_2$; d) $\vec{F}_2 + \vec{F}_3$ y e) $\vec{F}_2 + 3\vec{F}_4$

Dónde: $\vec{F}_1 = (-3; 3)$; $\vec{F}_2 = (5; -3)$; $\vec{F}_3 = (0; 4)$; $\vec{F}_4 = (-6; 0)$

Volvamos ahora a un caso de uso muy común en Física. Trataremos de cerrar lo que hasta ahora hemos un poco impuesto solo con algo de lógica natural que es el concepto de pares ordenados.

Fijémonos ahora en el caso general de un vector $\vec{F}$ (que puede ser una fuerza pero que también es válido para cualquier otra magnitud vectorial de las vistas). De $\vec{F}$ conocemos su módulo y su inclinación con respecto al eje de las abscisas, al que también en uso común lo llamamos simplemente eje x.

Este vector $\vec{F}$ solo tienen un único par de Fuerzas en el senti-

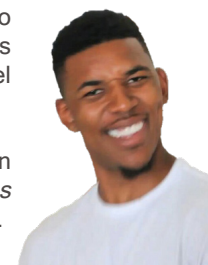


do de los ejes x e y, cuya suma por métodos gráficos o analíticos da como resultante $\vec{F}$. Estas fuerzas en direcciones de los ejes las llamaremos $\vec{F}_x$ y $\vec{F}_y$.

¿Qué relación existirá entre todos estos vectores y la dirección del vector $\vec{F}$?

Debemos recordar lo recientemente visto como funciones trigonométricas entre los módulos o tamaños de la magnitud y el triángulo rectángulo.

Ya que los vectores $\vec{F}_x$, $\vec{F}_y$ y $\vec{F}$ forman un triángulo rectángulo que denominaremos OBA, con un ángulo recto en el vértice B.



Entonces, y solo entonces, es posible utilizar el:

Teorema de Pitágoras

donde las longitudes de los vectores-catetos (sus módulos) cumplen con la siguiente relación:

$$F^2 = F_x^2 + F_y^2$$

Si el módulo o la longitud de $|F_x| = x$, y la longitud de $|F_y| = y$, y el valor de $|F| = R$ sustituyendo en la expresión nos queda una expresión básica de matemáticas que también sustenta el cálculo en Física.

$$R^2 = x^2 + y^2$$

"En un sistema cartesiano ortogonal, el cuadrado de la longitud de un vector es igual a la suma de los cuadrados de sus componentes".



EJe

Un ejemplo con números

Si F tiene como componentes los valores $F = (3;4)$ entonces podemos calcular:

$|F|^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$ luego el valor de $|F| = \sqrt{25} = 5$
Volviendo a nuestro triángulo OBA formado por los vectores F_x , F_y y F podemos, haciendo uso de nuestros conocimientos de trigonometría, y ahora reencontrar o recalculamos, por ejemplo:

$$F_x = F \cdot \cos \alpha \text{ y } F_y = F \cdot \sin(\alpha)$$

Estas expresiones o fórmulas corresponden a vectores por indican una dirección en particular. Relacionan las longitudes de los vectores con el ángulo que forma el vector F con sus componentes F_x y F_y . Esta relación es la que utilizamos, para trabajar con las componentes del peso de un cuerpo por un plano inclinado.

Si ahora dividimos las componentes del vector F como se muestra en la relación de abajo, es posible encontrar el ángulo α :

$$\frac{F_y}{F_x} = \frac{F \cdot \sin(\alpha)}{F \cdot \cos(\alpha)} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \tan(\alpha)$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right)$$

Lo visto hasta aquí completa la utilización que requieren de la matemática los conceptos físicos que se abordan en este módulo. Pero la interrelación entre la matemática y la física seguirá estableciéndose de manera continua durante toda tu carrera de Ingeniería.

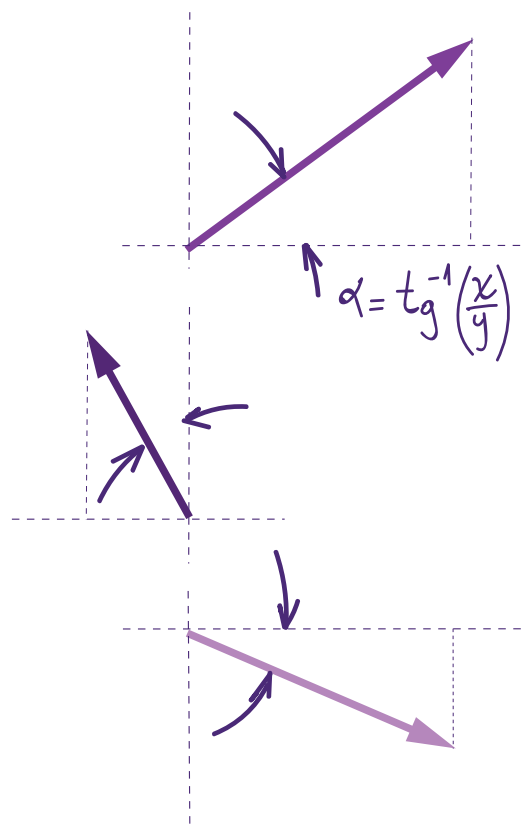
Uniendo con la práctica los conceptos vistos de trigonometría y vectores

EJ

→ Traza las componentes de los vectores que a continuación se representan y escríbelos como pares ordenados (x,y) .

→ Mide los ángulos con un transportador, pero también calcúlalos usando trigonometría.

Nota: Los datos medidos y calculados pueden resultar parecidos no necesariamente iguales por un error de redondeo de uso de la calculadora.



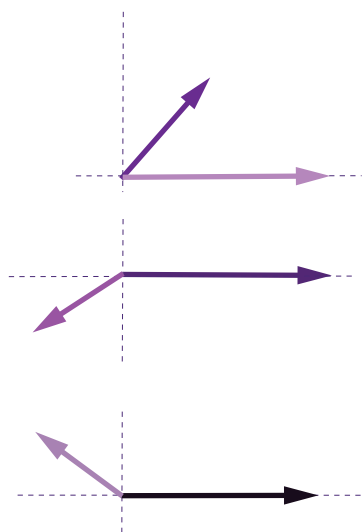
→ Traza la resultante de la posible suma geométrica de los pares de vectores de las figuras, indicando con claridad cuál estas sumando a cuál (reescribe los vectores en tu cuaderno con la mayor prolijidad y claridad. También recuerda y escribe matemáticamente su expresión).

→ Identifique en su hoja cada uno de los vectores de la figura y escriba cada vector como par ordenado (x,y) = catetos (horizontal, vertical) y aplique el concepto de sumar por componentes usando la regla con unidad centímetros para cada componente.

Ejercicio- bis.

Traza la resultante de las posibles restas con los pares de vectores de las siguientes figuras.

Indica con claridad cuál estas restando a cuál (*reescribe los vectores en tu cuaderno con la mayor prolijidad y claridad. También recuerda y escribe matemáticamente su expresión*)



EJ

Extra del aplicando lo visto
Mas ejercicios para dominar el arte vectorial

1) Representar gráficamente los vectores, con las direcciones y sentidos indicados.

- a) Un vector **A** tiene módulo 3 y dirección 60°
- b) Un vector **B** tiene módulo 5 y dirección 125°
- c) Un vector **C** tiene módulo 4 y dirección 250°

2) Representar gráficamente los vectores en coordenadas cartesianas.

- a) Un vector **A** = (3 ; 5,1)
- b) Un vector **B** = (5 ; 5,3)
- c) Un vector **C** = (2 ; 4)

3) Sume los siguientes vectores en forma gráfica y analítica:

- a) **A** = (3 ; 2), **B** = (-3,4 ; 5) y **C** = (-1; -2,3)
- b) **G** = (5 ; -3), **H** = (- 6 ; 5,5) y **J** = (1 ; 4,7)
- c) **a** = (1,5 ; -5), **b** = (3 ; 7) y **c** = (- 5 ; 1,3)
- d) Escriba los valores de las resultantes de los ejercicios a), b) y c) en módulo y dirección.

4) Reste los siguientes vectores tanto en forma gráfica como analítica:

- a) **A** = (3,2 ; 2,5) y **B** = (1,4 ; 4,3)
- b) **C** = (4,5 ; -1,7) y **D** = (-4,6 ; 3,5)
- c) **a** = (5,5 ; -2,5) y **b** = (2,3 ; 6,1)
- d) Escriba los valores de las resultantes de los ejercicios a), b) y c) en módulo y dirección.

5) Sean los vectores:

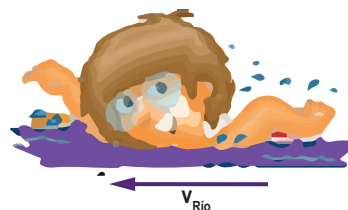
a = (4 ; -3) y **b** = (6 ; 8)

a) Realizar gráfica y analíticamente las siguientes operaciones **a + b**; **a - b** y **b - a**.

b) ¿Qué conclusiones puede Ud. obtener respecto al módulo, dirección y sentido del vector resultante de la suma algebraica solicitada en cada caso anterior?

Los siguientes problemas al igual que los anteriores deben complementarse entre teoría y práctica, poner tu fortaleza y convencimiento para observarlos y construir la solución

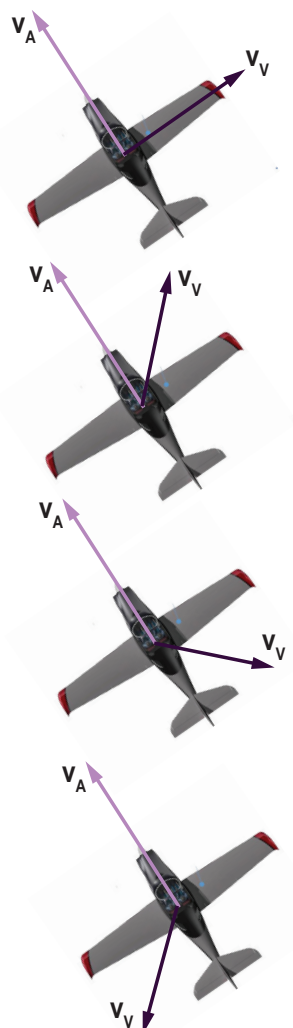
6) La situación representa a un niño que nada en aguas abiertas con una $\mathbf{v}_0$. Él lo hace a favor de la corriente del río ($\mathbf{v}_R$) (figura) y en contra de la corriente del río (no mostrada, ¿puedes representarla?)



a) Se pide que representes vectorialmente cada situación y analiza los desplazamientos y velocidades que puede tener el nadador para un observador situado en la orilla.

b) Para cada situación calcula gráficamente la *velocidad neta* del nadador respecto a tierra y que ocurre con el desplazamiento que pretende lograr y el tiempo que emplea (utiliza tu experiencia, observación y análisis de la situación planteada).

7) La siguiente figura muestra un avión IA-Malvina, fotografiado desde arriba por otro avión en un entrenamiento. El avión está volando con velocidad $\mathbf{v}_A$, pero además sopla un viento cuya velocidad es $\mathbf{v}_V$.



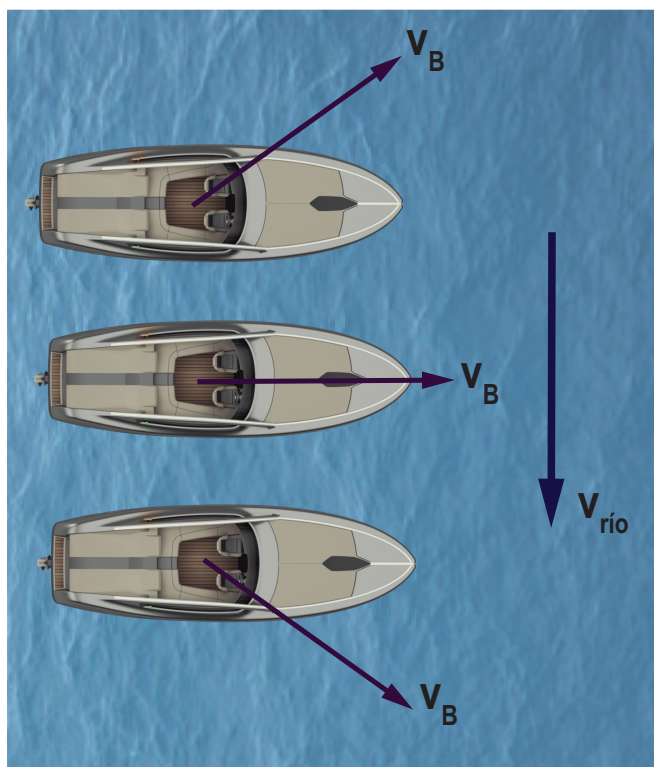
Usando la suma vectorial encuentra la velocidad resultante y su dirección

¿En qué caso/s lo favorece más el viento y en cual/es lo desfavorece más?

8) La siguiente situación representa a tres lanchas que pretenden cruzar un ancho río cuya velocidad se representa en la figura. Cada lancha desarrolla la misma velocidad en módulo y deciden cruzarlo en distintas direcciones como las mostradas.

Con la suma vectorial traza el vector velocidad resultante para las 3 lanchas y analiza el desplazamiento que tiene que hacer para llegar a la otra orilla y ¿Qué pasará con el tiempo que requiere cada lancha? En base a este análisis y a tu criterio, puedes responder:

- ¿Cuál podrá llegar al punto opuesto en la orilla del frente?
- ¿Cuál se apartará más del punto que tiene directamente en frente de su partida?



- ¿Cuál tendrá la mayor v para recorrer el ancho del río?
- ¿Cuál llegará primero a la orilla opuesta?

9) Si se estudia el tramo completo de un medio giro de un automóvil en una avenida, de manera que vuelve en sentido contrario al original, pero en ese tramo su velocímetro siempre indica el mismo valor (rapidez), Representa la situación y responde:

¿Qué ocurre con la velocidad (v) del automóvil? ¿Es la misma?

¿Y cuáles serían los vectores posición para los tramos o puntos elegidos y cuales el vector desplazamiento entre los puntos seleccionados?

10) Una lancha que es capaz de viajar a 8,5 m/s respecto al agua en forma tangente, se orienta para cruzar transversalmente un río. Si el agua fluye a razón de 3,8 m/s:

¿Cuál es la velocidad resultante de la lancha?

- Representalo y calcúlalo gráficamente.
- Escriba cada vector velocidad como para ordenado de un sistema de eje x,y
- Resolver ahora en forma analítica, es decir encontrar el módulo y la dirección del vector que representa la velocidad de la lancha.

Te regalamos una observación que te puede hacer más efectivo: Evita frases como "me parece" o "es más o menos lo mismo"...úsá criterios y herramientas confiables como las que se fueron trabajando en clase. Su ensayo, aplicación y uso continuo, favorecerán tu confianza y el desarrollo de criterios y la metodología de pensamiento y argumentaciones.



4

Conceptos de Fuerza y Movimiento

En los capítulos anteriores vimos que mencionar y poder definir alguna palabra con seguridad y precisión no es simple ni obvio. La pregunta *¿Qué es moverse?* Es un claro ejemplo de esto.

Es común en Física el uso de palabras cotidianas como **FUERZA, TRABAJO, MOMENTO**, etc., Pero cuyo significado no es exactamente el mismo que se otorga cuando se mantiene una conversación común en la calle. Por ejemplo:

"CONSEGUÍ UN TRABAJO"
"ESPERA UN MOMENTO"
"QUE LA FUERZA TE ACOMPAÑE"

Son frases muy comunes, en las cuales queda claro lo que se comunica. Pero en el ámbito de la Física su significado es completamente distinto. En este punto también debe construirse un andamiaje suficiente y capaz de construir y sostener conceptos, procedimientos y definiciones necesarias para las asignaturas de **INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA Y FÍSICA**.

Así como de un cuerpo en movimiento se puede registrar el cambio o variación de vectores posición y velocidad. Trataremos ahora de deducir las causas que ponen un cuerpo en movimiento o la modifican respondiendo: ¿Que hace que un cuerpo varíe su condición de movimiento?...Es decir, pasar desde el reposo a moverse o de moverse a la quietud. Seguramente este tema fue trabajado en el secundario, aunque aquí te propondremos conectarlos con los visto en módulos anteriores, y pretendiendo alcanzar un nivel de profundidad diferente y que usaremos a lo largo del primer año de ingeniería.

La **FÍSICA** es una ciencia experimental cuyas leyes surgen de observar e interpretar el mundo que nos rodea. Aquí también apelaremos a dicha observación e interacción o rememoración de cosas que hemos visto y vivido (*sobre esto puedes revisar el capítulo 1*).

EJ

Preguntas en general para rescatar la observación

Un caso que experimentamos, y desde que somos bebé; son las cosas que caen verticalmente

¿Quién las hace caer?

Más correcto sería preguntar:

¿Una vez abierta la mano que o quién las atrae hacia el suelo?

¿Con quién interacciona ese cuerpo que se suelta?

¿Hay algo que lo rodea?

¿Interacciona o no?

¿Eso que lo rodea interacciona siempre, algunas veces o nunca?

Si ahora pensáramos en un automóvil que se mueve horizontalmente por una carretera y que frena bruscamente, por ejemplo:

¿Qué es lo que hace que frene?

¿El conductor?

¿Los frenos?

Los frenos tienen algo que ver, por supuesto, son una condición necesaria pero no suficiente. Podemos pensar que los frenos pueden bloquear las ruedas haciendo que casi instantáneamente dejen de girar, autos más modernos tienen un sistema anti-bloqueo que se llama ABS, sin embargo, el vehí-

culo todavía se desplaza unos metros antes de detenerse por completo.

Te dejamos que conjetures un momento y escribas algo al respecto, antes de seguir leyendo:

¿Cómo se detiene el automóvil?

¿Quién lo detiene?

¿Es lo mismo la acción de detenerse si marcha sobre ruta?

¿O si la ruta tiene arena sobre su superficie, o está mojada, o tiene una gran mancha de aceite?

¿Y si avanza sobre tierra arada o guadalosa?

¿Si la superficie tiene hielo?

¿Qué es diferente?

¿Cómo afecta que se detenga?

¿Puede establecer un orden de detención?



Escribe aquí tus respuestas



Recuerda además los recursos que imaginaste para detener el automóvil.

¿Viste películas donde se quedan sin frenos?



EVIDENTEMENTE, LA INTERACCIÓN DE LAS MISMAS RUEDA DEL AUTO CON LAS DIFERENTES SUPERFICIES DEL SUELO TIENE ALGO O MUCHO QUE VER

Es necesario que haya una *interacción* con el exterior del automóvil, que haga disminuir su velocidad y por consiguiente cambie el movimiento que trae. De lo contrario, bastaría con que el chofer se aferrara al volante y lo tirara hacia atrás, tampoco vale que los acompañantes aprieten los pies contra el piso del automóvil (aunque se hace).

Comprobemos:

Si se quiere mover un armario que está en reposo se le deberá aplicar una fuerza al sistema.

Si una pelota se viene moviendo por el suelo se podrá detenerla si esta recibe una Fuerza.....



Empujar un cuerpo e intentar detenerlo no es una misma acción ya que en un caso se está ejerciendo una fuerza en un sentido o en sentido opuesto al querer detenerlo, esta diferencia nos indica que a las **FUERZAS le asignamos módulo, dirección y sentido, es decir que las fuerzas son una MAGNITUD VECTORIAL.**

Se puede concluir entonces que:

“QUE PARA QUE HAYA ALGÚN CAMBIO EN EL MOVIMIENTO DE UN CUERPO, SIEMPRE SERÁ NECESARIA LA EXISTENCIA DE UN AGENTE EXTERNO QUE INTERACCIONE CON ÉL”.

A dicha interacción le llamaremos **FUERZA** y también es un **VECTOR**, como seguramente también lo viste en el secundario. La unidad de medida de la fuerza en el Sistema Internacional es el **Newton** y se designa con la letra **N**.



Estas interacciones o fuerzas, pueden ser de “contacto” o “a distancia” y son las responsables de modificar el estado de movimiento de los cuerpos.

Aventurando aún más el pensamiento, podemos decir que si en el universo existiera sólo un cuerpo rígido, sobre él no podríamos asignar fuerzas, ya que no hay quien interaccione con él. *De lo que se infiere que un cuerpo rígido aislado sobre sí mismo no puede ejercer fuerza alguna.*

Si bien este tema de las fuerzas y sus efectos, se volverá a tratar y con mayor profundidad cuando se estudie Dinámica en Introducción a la Física y Física durante el 1^{er} año, ahora iniciaremos un trayecto de trabajo fundamental para cimentar estos conocimientos de modo que el primer año sea eficiente en su desarrollo.

Las Fuerzas verticales

Un tipo de fuerzas que se generan debido a la “interacción a distancia” entre dos cuerpos. Cuando algún cuerpo cae al suelo, experimentamos con las fuerzas gravitatorias, y es común mencionar al **PESO DE UN CUERPO**, como la responsable de esa caída.

Definiremos **EL PESO DE UN CUERPO (P) COMO LA FUERZA CON QUE LA TIERRA LO ATRAE** y se atrae y se aconseja en las etapas iniciales de este aprendizaje escribir las como:

$F_{T/C}$ (fuerza que la Tierra ejerce sobre el Cuerpo)

Una fuerza con la que trabajaremos permanentemente durante todo el 1^{er} año de ingeniería.

Como se trata de una **FUERZA**, magnitud a la que hemos definido como **VECTOR**, el peso (**P** o $F_{T/C}$) es un vector al que siempre representaremos apuntando al centro de la Tierra, pues ese sería el punto en el que podemos imaginar que se concentra su máxima atracción.

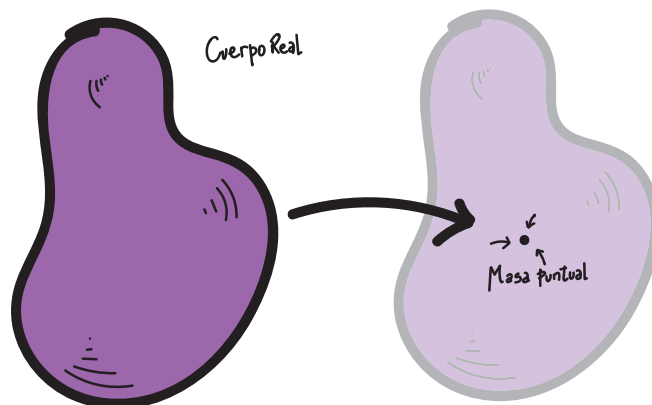
Como todos los cuerpos que conocemos están dentro de la atmósfera terrestre cada vez que analicemos las fuerzas que actúan sobre un cuerpo cualquiera deberemos considerar su atracción por otros, dentro de lo que se denomina **CAMPO GRAVITATORIO**. Este concepto físico de **CAMPO** será ampliado en futuras materias de ingeniería.

¿Cómo se analiza un cuerpo y sus interacciones? ¿Cuál es la importancia de este análisis?

DCL

Este análisis sobre un cuerpo es una tarea frecuente con la que te encontrarás en Física. El concepto consiste en hacer un diagrama de cuerpo libre (**DCL**) o diagrama de cuerpo aislado donde usaremos el **MODELO DE PARTÍCULA** para el cuerpo en análisis.

Una partícula, es una masa puntual donde está concentrada toda la masa del cuerpo y que no tiene dimensión (sin tamaño real), y que tiene el movimiento más simple, el de traslación. Cuando se analice a esta partícula se deberá aislar mentalmente a este cuerpo de toda influencia con el medio exterior y sobre él se deberán dibujar todas las fuerzas que el entorno le hace, preguntándonos con quien puede interaccionar este cuerpo que me interesa y aislé.



Las fuerzas que el “sistema aislado” le hace al entorno, actúan fuera del sistema aislado (sea quien sea este) y solo las tendrás que dibujar en el entorno y por separado en el caso en que se te lo solicite, es decir en otro DCL.



¡ IMPORTANTE !



De aquí en más deberás tener en cuenta de hacer un diagrama de cuerpo aislado para cada cuerpo o sistema que estudies, usando el modelo de partícula.

Ya no hace falta que lo digamos explícitamente o que el profesor te lo indique. ¡Siempre debes hacer un DCL!

Ejemplos para hacer uso y aplicación del DCL (Diagrama de Cuerpo Libre) con fuerzas verticales

(Sirve para trabajar y autoevaluarse ya que tiene solución, es un buen ejercicio que primero lo piensas y hagas solo antes de mirar la solución)

Sobre una mesa se ha colocado un libro, como se muestra en la figura.

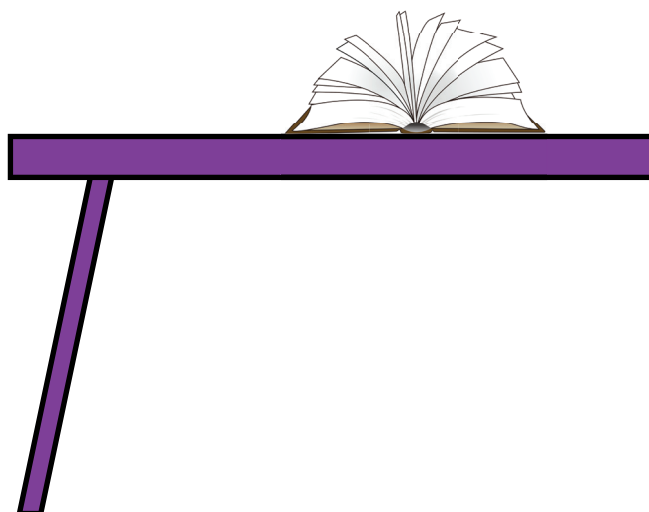
a) ¿Podrías dibujar las fuerzas involucradas en el sistema mesa-libro?

b) ¿La mesa ejerce fuerza sobre el libro? ¿El libro ejercerá alguna fuerza sobre la mesa?

c) ¿Hay algún par de acción y reacción en el sistema mesa-libro? Justifica tu respuesta (JSR)

d) Si consideramos sólo las fuerzas dibujadas sobre el sistema Libro. ¿Hay algún **PAR DE ACCIÓN Y REACCIÓN** en ellas?

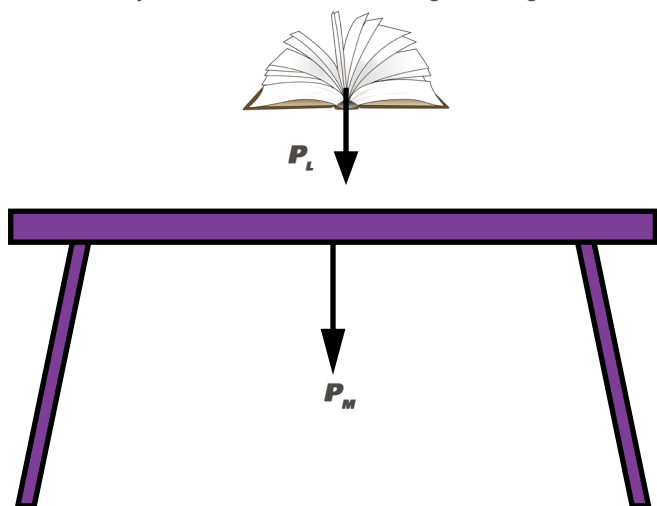
e) ¿Dónde estará la reacción al peso del libro?



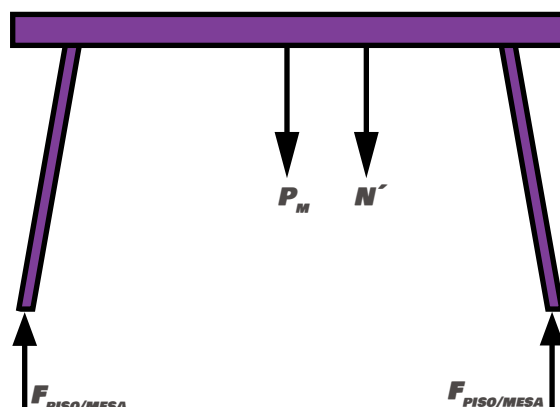
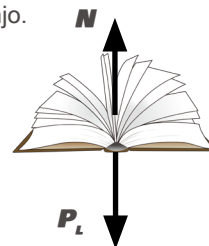
Solución:

a) Usando nuestra imaginación “aislaremos” el libro por un lado (sistema 1) y la mesa por otro (sistema 2), usando el DCL y el modelo de partícula. Llamamos a las fuerzas con sus verdaderos nombres recordamos que el peso del libro (P_L) es la $F_{T/LIBRO}$ y P_M es la $F_{T/MESA}$.

A los distintos puntos darles los nombres de cada cuerpo que analicemos. En este caso debemos dibujar la mesa y el libro y colocar los vectores peso de cada uno de ellos, verticalmente hacia abajo, tal como lo muestra la siguiente figura:



b) Ahora, al estar en contacto, la mesa y el libro interactúan entre sí ejerciendo fuerzas de contacto. La mesa ejercerá sobre el libro una fuerza normal (N o $F_{MESA/LIBRO}$) hacia arriba, en tanto que el libro ejercerá sobre la mesa una fuerza de contacto (N' o $F_{LIBRO/MESA}$) hacia abajo.



Estas fuerzas en particular constituyen un par de acción/reacción (N/N' o $F_{MESA/LIBRO}/F_{LIBRO/MESA}$)

Por lo tanto en el sistema Libro debemos dibujar el P_L y también N (revisa el origen de estas fuerzas en el párrafo anterior). Igualmente, hay que hacerlo para la mesa como sistema, allí están presentes las fuerzas de su propio peso (P_M) al interactuar con el centro de la tierra, la N' al interactuar con el libro y también deben dibujarse las fuerzas que la superficie suelo (el piso) le hace a las patas de la mesa ($F_{PISO/MESA}$) que estará distribuida en las cuatro patas (aquí solo se dibujan dos por la vista de la mesa) y es muy importante hacerlo porque si no estamos diciendo que la mesa se mueve hacia el centro de la tierra.

¡ IMPORTANTE !

Debemos representar cada interacción entre el cuerpo que aislamos y su entorno (lo que lo rodea y la interacción a distancia), analizar cada interacción y el punto donde representaremos la o las fuerzas de interacción. Se recomienda en los comienzos utilizar la nomenclatura de quien interacciona con quien (por ejemplo: $F_{LIBRO/MESA}$, $F_{T/LIBRO}$, $F_{PISO/MESA}$, etc)

c) Sí. Las fuerzas de contacto (N y N') son un par de acción y reacción que cumplen con la **3ª Ley de Newton**. Porque son de igual módulo y dirección y distinto sentido, y lo más importante, actúan sobre cuerpos distintos (Es muy importante esto último)

d) No. Sobre el libro actúan las fuerzas peso P_L y la de fuerza normal de contacto N que la mesa ejerce sobre éste. Son de igual módulo y opuestas pero: **No son un par de acción y reacción porque están actuando las dos sobre el mismo cuerpo.** (Es muy importante distinguir este concepto y su diferencia con el punto anterior)

Los pares de acción y reacción, son conocidas como la **TERCERA LEY DE NEWTON**, actúan sobre cuerpos distintos: uno ejerce una fuerza sobre el otro (**ACCIÓN**), y el segundo ejerce una fuerza de igual módulo y dirección, pero de sentido opuesto a la primera (**REACCIÓN**).



e) ¡CUIDADO! La reacción a la fuerza peso P ó $F_{\text{TIERRA/CUERPO}}$ de cualquier cuerpo se aplica en el centro de la Tierra, ya que sería la fuerza con que el cuerpo atrae al planeta Tierra o $F_{\text{CUERPO/TIERRA}}$.

Más adelante fortaleciendo el uso de DCL y Fuerzas verticales veremos el uso de algunos dispositivos útiles desde la antigüedad a nuestros días, conocidos como maquinas simples (poleas)

Los cambios de movimientos horizontales Identificando Fuerzas

Analizamos y analizaremos cuáles son las fuerzas que podemos decir que actúan sobre un cuerpo. Analicemos el caso de *Lady Hedy Lamarr* que empuja un auto que se quedó sin nafta.

Sólo nos interesa lo que le pasa al “auto”; éste es el sistema que queremos estudiar, por eso sólo dibujaremos las fuerzas que a nuestro juicio actúan sobre el “auto”, considerando las que hemos mencionado.

¿Cuáles puedes dibujar? Piensa con quien y de qué manera puede interactuar el “auto”.

ATENCIÓN: Para no confundirte, te aconsejamos que no dibujes



jes los vectores sobre la figura. Dibuja un punto al costado de la figura de abajo al que llamarás “auto” y en ese punto dibuja los vectores que resultan de las interacciones. ¿Hacia dónde apuntarán cada uno de los que dibujes?

Valorando lo hecho

¿Cuáles dibujaste? ¿Existe la fuerza de Hedy sobre el auto? ¿El peso del auto? ¿La normal en el auto? ¿Otra interacción que considera que pueda estar presente? Recuerda indicar quien hace cada fuerza y a quien.

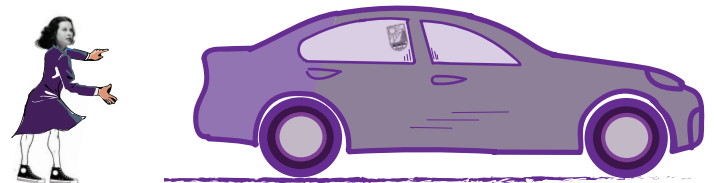
Lady Lamarr, que empuja, debe aplicarle una fuerza porque de no hacerlo, no lo podría sacar del lugar donde se paró cuando se quedó sin nafta. A esa fuerza aplicada la llamaremos F_H , también puede señalarse para hacer más hincapié en quien la hace y sobre quién como $F_{\text{HEDY/AUTO}}$ leyéndose como la **FUERZA** que Hedy ejerce sobre el automóvil.

¿Hay alguna otra fuerza actuando sobre el auto? ¿El suelo interactúa con el auto?

Seguro dirás que el suelo lo sostiene, porque si no hubiera piso debajo se caería hacia el centro de la Tierra por la acción de su propio peso. A esa *fuerza perpendicular* a la superficie de contacto, en este caso suelo/auto se identifica como la fuerza perpendicular que el piso ejerce sobre el auto ($F_{\text{PISO/AUTO}}$) y comúnmente se la designa: fuerza normal (**N**).

Si pensamos un poco más también diremos que debe existir una fuerza a vencer, que nos dificulta moverlo, como si alguien lo empujara en sentido contrario al nuestro, a dicha fuerza normalmente se la llama **FUERZA DE ROCE** o rozamiento. ¿Quién se la hace al auto? Se debe pensar también en las primeras preguntas de quien frena y las superficies consideradas en ese caso.

Dibujemos entonces las fuerzas que actúan sobre el “sistema auto” mientras es empujado en la figura de abajo. ¿Cuáles dibujarías en el auto? ¿Cuántas son? ¿Cuál sería el DCL sobre el “sistema Hedy” de la izquierda? Haz el DCL sobre la actriz-física.



Y ahora, te pedimos que dibujes en el esquema de abajo cuáles serían las fuerzas que actuarán sobre el auto cuando éste quede finalmente detenido (estacionado) junto a la vereda en una calle perfectamente horizontal. ¿Algo cambio o es el mismo DCL qué antes?



¿Consideras que lo hiciste bien? ¿Cuántas fuerzas pusiste? ¿Una sola fuerza? Recuerda que el peso siempre está y que el auto interactúa con otro cuerpo que lo sostiene. ¿Cuál es? ¿Pusiste dos fuerzas?, ¡Qué bien! ¡Felicitaciones!!! ¿Para dónde apuntan? ¿Pusiste tres fuerzas? ¿Cuál es la 3ra? Pregúntate también si alguien lo empuja o lo frena cuando ya está parado.

En función de tu respuesta anterior es importante que realices una re-alimentación sobre lo leído. **!!!CUIDADO!!!** Estudiar es un proceso de mayor dedicación y compromiso que el de solo leer o subrayar. En relación a la actividad anterior si pusiste más de dos fuerzas o si dibujaste alguna horizontal, te recomendamos que releas con profundidad, analizando detalles que se te pueden haber escapado de páginas anteriores, esto sería una acción de re-alimentación.

Para co-crear esta relación de aprendizaje y familiarizarnos con ello, es importante la interacción, el cambio de observador, el hacer, la acción de visualizar puede favorecer éste proceso de aprendizaje empleando los dinamómetros

EJ #Actividad 7. Laboratorio dinamómetros.

#Actividades prácticas con dinamómetros en fuerzas verticales y horizontales.

Realizaremos esta actividad donde usaremos **DINAMÓMETROS (MEDIDORES DE FUERZAS)** a los fines de visualizar en condiciones estáticas o con baja velocidad las fuerzas presentes, tanto horizontales como verticales, en diferentes organizaciones de sistemas en estudio. Para ello usaremos materiales elásticos disponibles en casa.

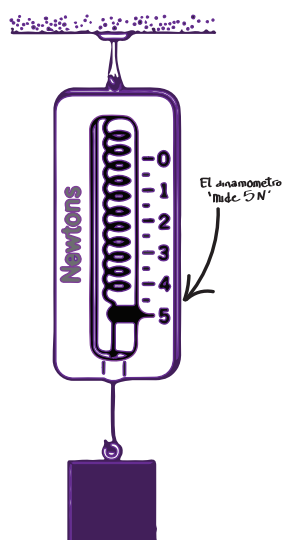
Fuerzas verticales

Experiencia 1

Verificar en aula, la lectura del peso de un cuerpo y su lectura al apoyarlo sobre una mesa u otra superficie.

Analizar la variación de lectura (Peso aparente) en base a su Peso real y deducir que ocurre con la normal tratando de responder las siguientes preguntas:

¿Cuál sería la normal en cada caso que analice?
¿Es la Normal igual en valor al peso del cuerpo?
¿Siempre?



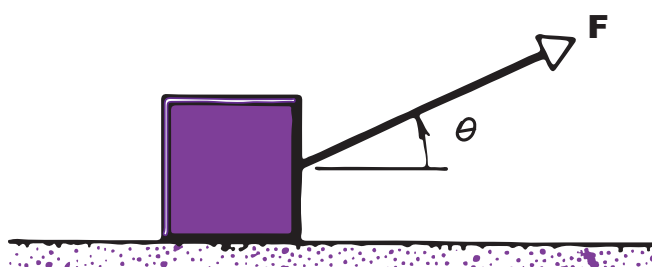
Fuerzas horizontales

Experiencia 2

La figura muestra un bloque y la acción de la F con un ángulo respecto a la horizontal. Comenzaremos tirando de un bloque de madera horizontalmente mediante un instrumento graduado llamado dinamómetro hasta que comienza a moverse. Observaremos como varía y que valor registra la escala del dinamómetro ya que tiene un resorte en su interior que es capaz de estirarse.

Ahora variando el ángulo de tiro (θ) desde cero hasta casi 90° , observar y registrar para cada caso que es lo que ocurre con el estiramiento del dinamómetro, tanto antes de que el cuerpo comience a moverse como cuando comienza a hacerlo tratando de mantener un ritmo de movimiento constante.

Nota: # Se podrá variar el peso del cuerpo y/o superficie o escala del dinamómetro los fines de observar mejor el fenómeno en estudio.



ACTIVIDADES

1. Realizar diagrama de cuerpo libre
2. Anotar al menos el valor de 2 fuerzas F horizontales, antes que el cuerpo comience a moverse, con un ángulo de inclinación $\theta = 0$ ¿Por qué esta solicitud? Realmente con la experiencia y la observación del fenómeno.
3. Registre el rango de valores de la fuerza límite (o rango de fuerzas) desde el inicio en reposo, hasta que observamos que el cuerpo comenzará a moverse.
4. Observar que ocurre con la lectura del dinamómetro cuando Ud. logre mantener el movimiento a ritmo constante y descríbalolo lo más detalladamente posible (realice varias experiencias hasta que adquiera cierta reproducibilidad en lo observado).

El modelo del plano inclinado

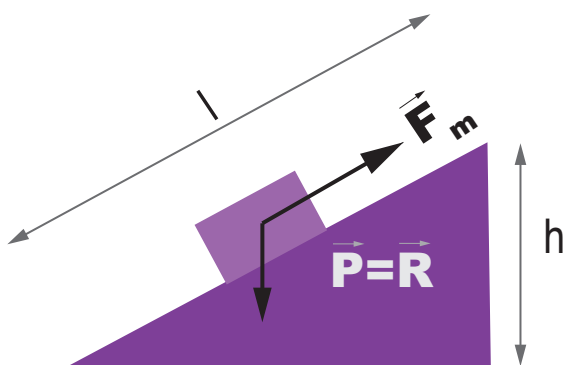
Al comienzo señalamos que desde la antigüedad en la época de los egipcios y griegos el plano inclinado era de mucha utilidad para la construcción. El desarrollo del conocimiento sobre trigonometría permitió potenciar y mejorar la construcción con fines de vivienda, almacenamiento y abastecimiento de alimentos y agua.

Recordemos algunas preguntas que hicimos al comienzo de trigonometría

¿En qué forma el plano inclinado pudo facilitar a los egipcios el ascenso de grandes bloques de piedra? ¿Qué ventajas y desventajas presentaba el uso de planos inclinados? ¿Es más conveniente un plano inclinado largo con un ángulo de inclinación pequeño o al revés?

En su acción de construir los egipcios tenían muy claro (en término del esfuerzo físico requerido) la conveniencia de usar el plano inclinado adecuado.

F_m representa dicho esfuerzo o fuerza necesaria para subir una carga por el largo l del plano inclinado que es proporcional a elevar el peso P del cuerpo una altura h .

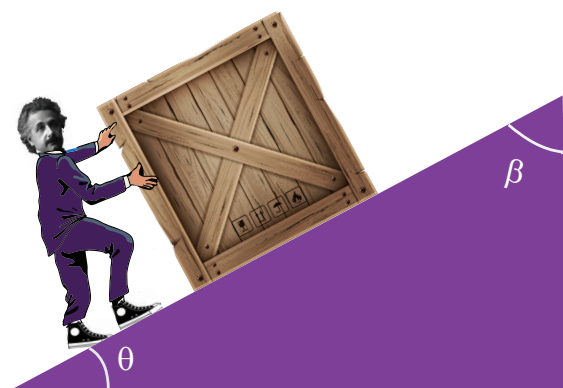


EJe Análisis de un plano inclinado: trigonometría, vectores y DCL

Hasta ahora se estudió el movimiento en una superficie horizontal, pero... ¿Qué pasaría si la superficie tuviera cierta inclinación? ¿Qué cambiaría en tal situación?

Se trata, al igual que en los casos anteriores, de un movimiento en una sola dirección (**RECTILÍNEO**), pero se deberán realizar algunas consideraciones acerca de las fuerzas que actúan sobre la caja.

Como ejemplo consideraremos a Einstein que desea subir una caja muy pesada hasta un nivel más alto usando una rampa o un plano inclinado, en vez de cargarla sobre sus brazos y apoyarla a una cierta altura, según se muestra en la Figura.



Si el plano inclinado fuera liso (sin roce o fricción alguna) ¿Podrá Alberto subir la caja? La palabra liso sería conveniente pero ¿Para qué cuerpo? ¿Hombre o caja?

Puede ser que en algunos casos haga falta analizar primero el sistema completo, entonces se verá quienes interactúan con él. En este ejemplo, el sistema es "Alberto + caja", entonces, como antes, ¿quién o qué interactúa con las partes del sistema?

La Tierra
El plano inclinado
El aire (lo que rodea al sistema)

El objetivo es realizar un DCL que luego nos permita efectuar cálculos matemáticos. Dibujaremos un par de ejes coordenados, que por conveniencia se pueden trazar con el eje x paralelo al plano inclinado (ya que esa es la dirección del movimiento) y el eje y perpendicular a él.

Después de esto, se trazarán los vectores que representan las fuerzas como resultado de las interacciones del cuerpo en análisis, es decir se hará es el DCL de las partes o de todo el

sistema.

Se analizarán las fuerzas a dibujar, por un lado, la fuerza $\mathbf{F}_{\text{TIERRA/SISTEMA}}$ o que siempre la representaremos vertical y con sentido hacia el centro de la Tierra.

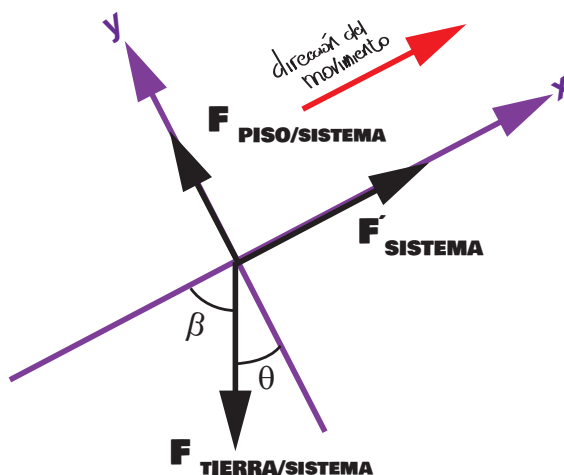
¿Pero cuál sería el valor de la $\mathbf{F}_{\text{TIERRA/SISTEMA}}$? ¿Cómo lo calcularía?

El desafío de intentarlo es importante

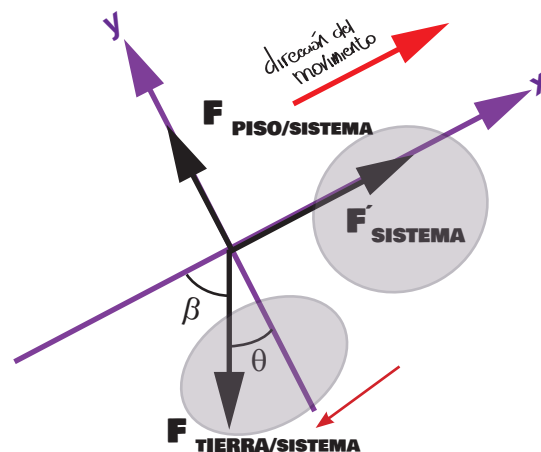
Se puede observar que esta fuerza ($\mathbf{F}_{\text{TIERRA/SISTEMA}}$) forma un ángulo igual al del plano inclinado (θ) con respecto al eje y, que es nuestro sistema de referencia elegido que es el que comúnmente se da como datos en los problemas de física. No obstante hay un planteo importante que se origina de un análisis de Triángulos rectángulos donde se puede visualizar fácilmente el ángulo señalado como β .

También debe considerarse la fuerza $\mathbf{F}_{\text{PISO/SISTEMA}}$ o Normal ($\mathbf{N}$) al sistema, que es la fuerza perpendicular del plano inclinado y que éste ejerce sobre el sistema.

Para que el sistema se mantenga en equilibrio sin caerse o deslizar por el plano inclinado debe aparecer una fuerza en dirección paralela al plano inclinado y apuntando hacia arriba, capaz de por lo menos, anular la parte de la fuerza del peso apuntando hacia abajo por que es necesario ajustar los tamaños de los vectores señalados en el DCL para tener coherencia interna.



Si la $\mathbf{F}$ hacia arriba es mayor, indica que el sistema sube aumentando su velocidad ahora ¿Quién hace esa fuerza hacia arriba si consideramos el sistema "alberto+caja"?

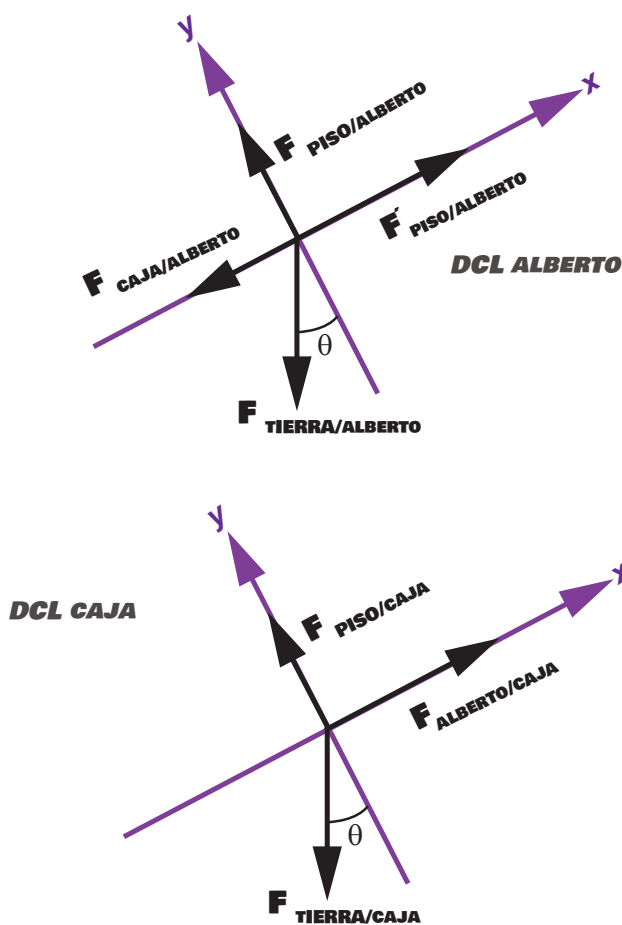


Sistema hombre-caja por separado en un plano inclinado

Si lo que se quisiera estudiar es el movimiento ya sea de la caja o de Alberto, se aislarán la caja por un lado y el hombre por el otro, en cuyo caso se tendrán que dibujar dos DCL, uno para cada cuerpo. Se propone que lo hagas construyendo una tabla a los fines comparativos. Es importante identificar cada DCL, poniendo el nombre de Caja y Alberto.

Interacción de cuerpos, origen del DCL:

Cuerpo	Caja	Alberto
	La tierra	La tierra
Interacciona con	El plano inclinado	El plano inclinado
	Alberto	La caja



La Tierra hace la fuerza $\mathbf{F}_{TIERRA/CAJA}$. El plano ejerce la $\mathbf{F}_{PISO/CAJA}$ que es perpendicular a la caja. La fuerza que hace el hombre para empujarlo por el plano hacia arriba es $\mathbf{F}_{ALBERTO/CAJA}$. Esto se ve en el DCL de la **CAJA**.

Mientras que en la el DCL de **ALBERTO**, la Tierra ejerce la $\mathbf{F}_{TIERRA/ALBERTO}$, el plano inclinado que realiza dos fuerzas: $\mathbf{F}_{PISO/ALBERTO}$ que es vertical y $\mathbf{F}_{PISO/ALBERTO}$ horizontal y que es paralela al plano, y *es la fuerza de rozamiento que el plano hace sobre los pies del hombre*, que le permite al mismo subir por la rampa y por último (si esta fuerza no está, imagino borrarla del DCL hombre), el hombre y la caja caerían.

Por ultimo se representa también la fuerza que la caja hace al hombre como $\mathbf{F}_{CAJA/ALBERTO}$.

Si se comparan estos dos DCL con el DCL del sistema com-

pleto, las fuerzas que hace el Alberto sobre la caja y la que hace la caja sobre Alberto no están dibujadas en la Figura del DCL del sistema completo.

¿Cuál será la causa por la cual no fue necesario dibujarlas?

LO QUE OCURRE ES QUE ESTAS FUERZAS PARA EL SISTEMA "ALBERTO + CAJA" SON FUERZAS INTERNAS Y EN EL DCL SÓLO SE DEBEN DIBUJAR LAS FUERZAS EXTERNAS. PODEMOS DECIR QUE SE ANULAN EN LA SUMA VECTORIAL.

Para poder analizar y concluir cuáles son las fuerzas que actúan en los ejes x y y habrá que descomponer la fuerza que hace la Tierra en esos ejes usando trigonometría.

Así, las componentes del vector peso o fuerza gravitatoria para la **CAJA**, quedarán:

$$(\mathbf{F}_{tierra/caja})_x = \mathbf{F}_{tierra/caja} \cdot \text{sen}(\theta) = m_{caja} \cdot g \cdot \text{sen}(\theta)$$

$$(\mathbf{F}_{tierra/caja})_y = \mathbf{F}_{tierra/caja} \cdot \text{cos}(\theta) = m_{caja} \cdot g \cdot \text{cos}(\theta)$$

Para **ALBERTO** quedarán:

$$(\mathbf{F}_{tierra/Alberto})_x = \mathbf{F}_{tierra/Alberto} \cdot \text{sen}(\theta) = m_{Alberto} \cdot g \cdot \text{sen}(\theta)$$

$$(\mathbf{F}_{tierra/Alberto})_y = \mathbf{F}_{tierra/Alberto} \cdot \text{cos}(\theta) = m_{Alberto} \cdot g \cdot \text{cos}(\theta)$$

Ahora se podrá analizar el movimiento de la caja, de Alberto o del sistema Alberto + caja usando las **LEYES DE NEWTON**. Por ejemplo las componentes del peso de cada uno en 'x' apuntan hacia abajo y pueden sumarse al igual que las componentes de la fuerza peso en 'y', dirigidas hacia el plano inclinado.

$$(\mathbf{F}_{tierra/caja})_x = \mathbf{F}_{tierra/caja} \cdot \text{sen}(\theta) = m_{caja} \cdot g \cdot \text{sen}(\theta)$$

$$(\mathbf{F}_{tierra/Alberto})_x = \mathbf{F}_{tierra/Alberto} \cdot \text{sen}(\theta) = m_{Alberto} \cdot g \cdot \text{sen}(\theta)$$

Sumando miembro a miembro de la igualdad:

$$(\mathbf{F}_{tierra/sistema})_x = \mathbf{F}_{tierra/caja} \cdot \text{sen}(\theta) + \mathbf{F}_{tierra/Alberto} \cdot \text{sen}(\theta)$$

$$(\mathbf{F}_{tierra/sistema})_x = m_{caja} \cdot g \cdot \text{sen}(\theta) + m_{Alberto} \cdot g \cdot \text{sen}(\theta)$$

Y ahora sacando los factores comunes en cada término de la igualdad:

$$(\mathbf{F}_{tierra/sistema})_x = (\mathbf{F}_{tierra/caja} + \mathbf{F}_{tierra/Alberto}) \cdot \text{sen}(\theta)$$

$$(\mathbf{F}_{tierra/sistema})_x = (m_{caja} + m_{Alberto}) g \cdot \text{sen}(\theta)$$

Operando en forma similar para las componentes en 'y':

$$(\mathbf{F}_{tierra/sistema})_y = (\mathbf{F}_{tierra/caja} + \mathbf{F}_{tierra/Alberto}) \cdot \text{cos}(\theta)$$

$$(\mathbf{F}_{tierra/sistema})_y = (m_{caja} + m_{Alberto}) g \cdot \text{cos}(\theta)$$

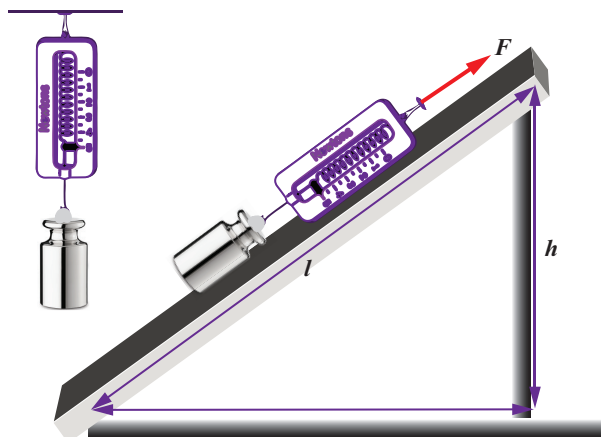
SE HAN SENTADO LAS BASES DE LOS DCL Y LA IMPORTANCIA DE HACER UN DCL CORRECTO, DE ESTO DEPENDE CUALQUIER ANÁLISIS POSTERIOR Y QUE SE PUEDA RESOLVER EN FORMA MATEMÁTICAMENTE CORRECTA DIFERENTES SITUACIONES PROBLEMÁTICAS.

Act

#Actividad 8.

Fuerzas en un plano inclinado.
#Actividades prácticas con dinamómetros en fuerzas verticales.

Se construirá un plano inclinado como muestra la figura inferior, que permita variar y registrar el ángulo de inclinación. Se conectará un dinamómetro a un cuerpo con baja fricción y se analizará la fuerza horizontal paralela al plano y se valorará la fuerza perpendicular al plano inclinado.



- # Se deberá hacer un DCL para esta situación
- # Se registraran valores de las fuerzas horizontales en relación al ángulo de inclinación usado.
- # Se calculará y registrará el valor de la "Normal" que el plano hace al cuerpo.

Las Poleas La polea simple

Junto con el plano inclinado, la polea simple fue otro dispositivo utilizado y conocido en civilizaciones antiguas. Una polea es un disco rígido que tiene una periferia acanalada (roldana) por donde pasa una cuerda, soga o cadena, y que puede girar alrededor de un eje que atraviesa el centro del disco o polea.

Es una máquina simple que permite cambiar la dirección en la que se ejerce la fuerza al elevar un objeto. Al fijar el eje de la polea simple a un soporte, se pasa una cuerda por la misma hasta alcanzar la carga. Al tirar desde el otro extremo de la cuerda, se puede elevar la carga hasta la altura en que se halla fija la polea, algo típico visto en construcciones.

La **POLEA SIMPLE** permitía elevar una carga pesada, y se la utilizaba fundamentalmente para sacar agua de pozos profundos y en las construcciones.

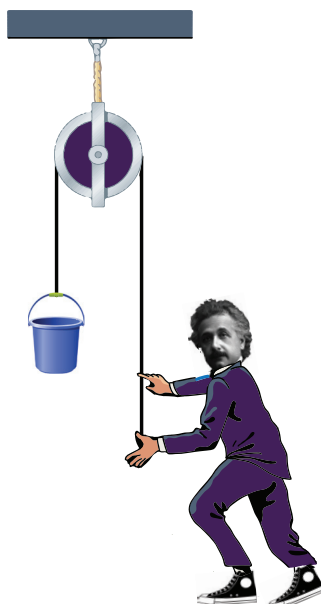
Actualmente las poleas simples se siguen utilizando en máquinas en las que se debe cambiar la dirección del movimiento, como es el caso de un ascensor en un edificio.

Analicen las Fuerzas haciendo un DCL para el sistema Polea, cuerda, balde y manos que hacen la fuerza.

¿Cómo es el valor de la $F_{\text{ALBERTO/SOGA}}$ respecto al P del balde o a la

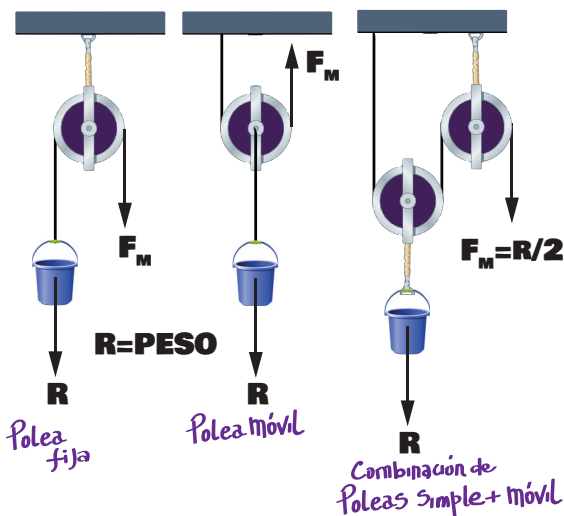
$F_{\text{TIERRA/BALDE}}?$

¿Qué ventaja tiene usar este dispositivo?



Polea fija polea móvil: ¿Ganancia?

Cuando el eje de rotación se mantiene fijo unido a un soporte mientras la polea gira, tenemos una polea fija. En cambio si el eje se desplaza al girar la polea, tenemos una polea móvil: en este caso, la polea se une a la carga (balde) y no al soporte como en el caso de la polea simple fija.



¿Cuál es la ganancia de la polea móvil?
¿Porque siendo tan parecido no es igual?
¿Cómo Justificarlo?

- # Realice un DCL donde es muy importante el punto donde se dibujen las fuerzas correctamente identificadas

#Actividad 9. Poleas en el laboratorio. #Actividades prácticas con poleas simples, móviles y combinadas.

Act

Se montará en clase un equipo similar al mostrado en las figuras anteriores, empleando poleas y mediante el uso de dinamómetros se constatará los valores de las fuerzas verticales que hace el cable o hilo. Tanto en la unión al soporte como las aplicadas para sostener o elevar un cierto cuerpo mediante el sistema de poleas (simple fijo, móvil o combinadas).

Situaciones problemáticas que involucran fuerzas

EJ

1) Piensa en cualquier objeto que habitualmente está colocado sobre la mesa de tu casa: un florero, una canasta con frutas, un cenicero, cualquier cosa.

Dibuja la situación: la mesa y el objeto, y dibuja los vectores fuerza que actúan sobre cada uno de ellos, por separado (es decir, por un lado dibuja las fuerzas que actúan sobre la mesa y por otro sobre el objeto).

Recuerda que no necesitas colocar las fuerzas sobre el dibujo del objeto: puedes imaginártelo como un punto sobre el que aplicas los vectores.

a) Pensando en el objeto que colocaste sobre la mesa en el problema anterior, explica quién o qué ejerce sobre el objeto cada una de las fuerzas que dibujaste.

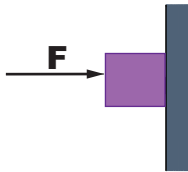
b) ¿Alguna de esas fuerzas existe aunque el objeto y el otro cuerpo que ejerce esa fuerza no estén en contacto?

2) Representa una lámpara que tiene un peso de 0,20N (¿Cuál es su masa?) que cuelga de un cable de un metro de largo con un peso de 0,10N, él que a su vez está agarrado de

un gancho fijo al techo.

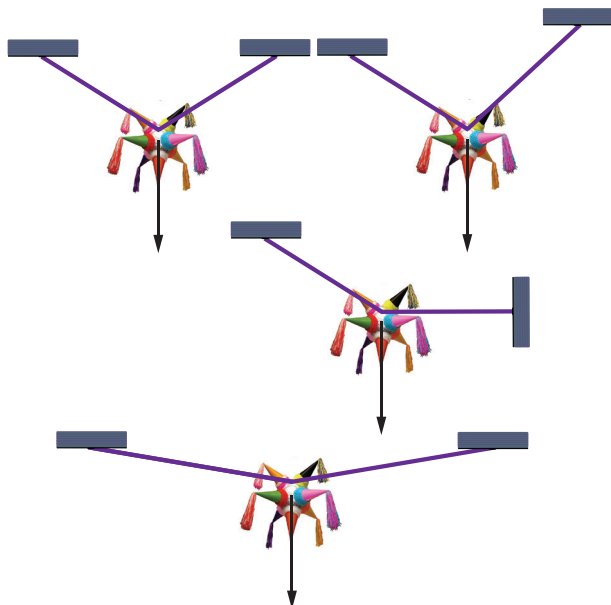
- ¿Cuál es la fuerza que el cable hace sobre la lámpara? Indica qué magnitud tiene, qué dirección y qué sentido.
- ¿Cuál es la fuerza que el cable hace sobre el gancho del techo?
- ¿Cuál es la fuerza que el gancho hace sobre la lámpara?

3) Un bloque se comprime contra una pared mediante una fuerza $\mathbf{F}$, como se ve en la figura. En las siguientes afirmaciones existe una que es falsa. ¿Cuál es? Explica por qué es falsa.

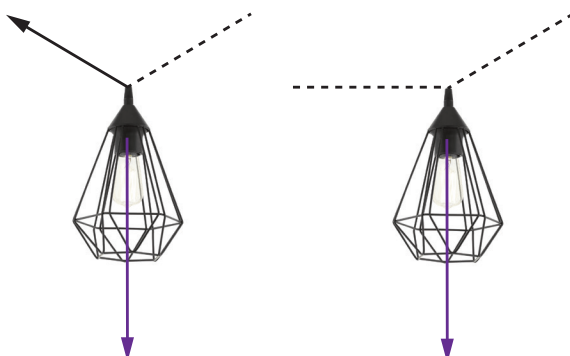


- La pared ejerce sobre el bloque una reacción de la misma magnitud y de sentido contrario a la que tiene $\mathbf{F}$.
- Si el bloque permanece en reposo, existe una fuerza de rozamiento estática que actúa sobre él, dirigida hacia arriba.
- Si el cuerpo permanece en reposo, podemos decir que la fuerza de rozamiento de la pared sobre él, es mayor que el peso del bloque.
- Si el valor de $\mathbf{F}$ es nulo, no habrá fuerza de rozamiento de la pared sobre el bloque.
- Si no hay rozamiento entre la pared y el cuerpo, este último caerá, no importa cuán grande sea el valor de $\mathbf{F}$.

4) En los siguientes casos analice que valor puede tener la fuerzas de las cuerdas para sostener colgado el peso $\mathbf{P}$ de la piñata con forma de máscara.



5) Con los siguientes vectores fuerzas representados en las figuras de la izquierda. Dibuje el o los vectores fuerzas que faltan para que las lámparas colgadas estén en reposo.

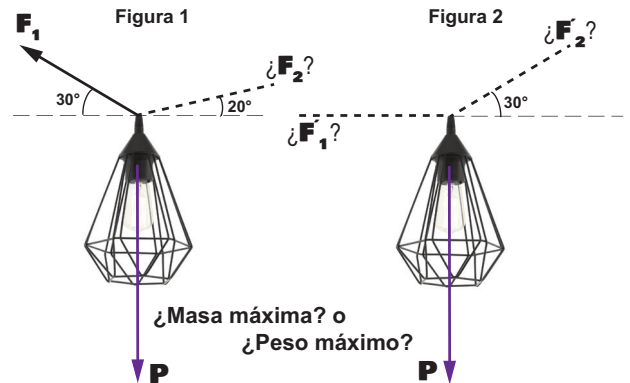


6) Ejercitando y calculando con trigonometría: este ejercicio ya se realizó gráficamente.

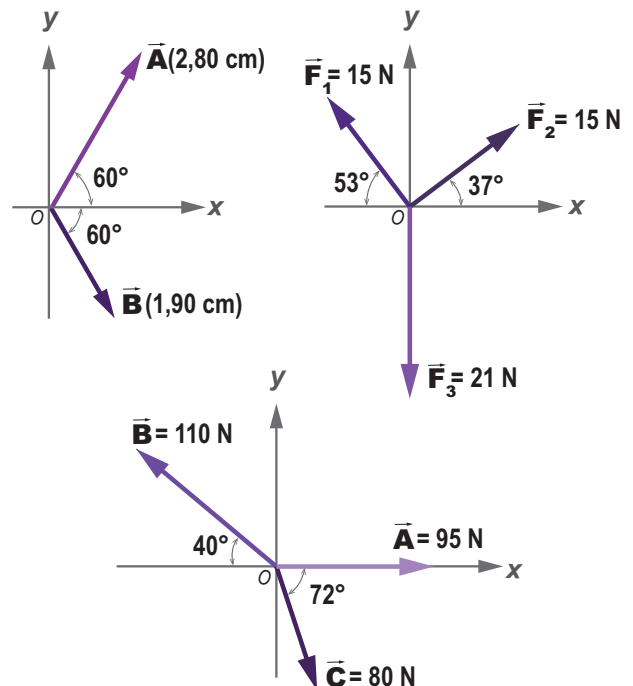
Ahora con los vectores fuerzas de las figuras se pide que incluya los datos nuevos y que calcule las fuerzas tanto horizontales, como verticales, para las lámparas y compruebe su reposo (¿Cómo?).

a) Figura 1) si $\mathbf{F}_1 = 24 \text{ N}$ en esta disposición geométrica ¿Cuánto vale la fuerza $\mathbf{F}_2$ y cuanto sería la mayor masa de la lámpara que se puede colgar?

b) Figura 2) Si la masa que se cuelga es la máxima calcula anteriormente ¿Cuál es el valor de las Fuerzas $\mathbf{F}_1'$ y $\mathbf{F}_2'$ en esta disposición geométrica?



7) Hallar la resultante de los siguientes sistemas tanto gráfica como analíticamente.



8) Sobre una caja se ejerce una fuerza $\mathbf{F}_1$ de 5,2 N hacia el este, y otra fuerza $\mathbf{F}_2$ de 4,3 N en dirección noroeste (45° al norte del oeste). Representa y resuelve gráfica y analíticamente las magnitudes y direcciones de:

$$\begin{aligned} &\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \\ &\mathbf{F}_1 - \mathbf{F}_2 \end{aligned}$$

9) Si la gravedad en Júpiter es 12 veces mayor a la de la Tierra, ¿Cuánto pesaría allí un 1 kg de azúcar? ¿Cuál sería la masa de azúcar en Júpiter?

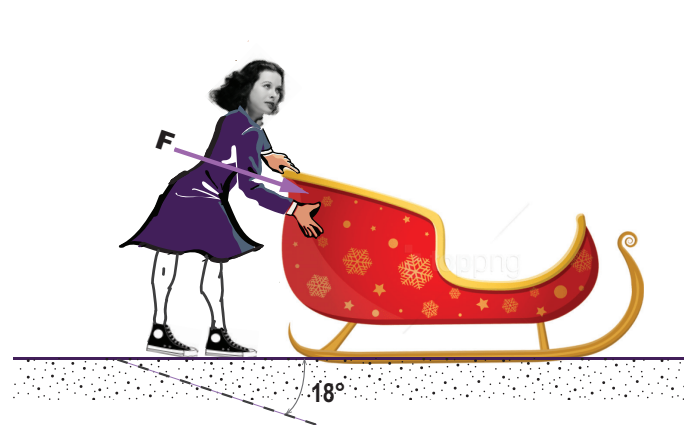
10) En un puerto un barco es arrastrado por dos remolcadores idénticos cuyas fuerzas forman un ángulo de 90° entre sí. Si la fuerza de rozamiento del agua es 100000 N , ¿qué fuerza ejerce cada remolcador para que el barco se mueva a velocidad constante?

11) ¿Qué efecto tiene la fricción sobre los cuerpos en movimiento? ¿Puede un cuerpo moverse a velocidad constante cuando la fuerza de rozamiento actúa sobre él?

12) Si la fuerza de fricción que se ejerce sobre una caja que se desliza es 100 N , ¿cuánta fuerza se debe aplicar para que la velocidad sea constante? ¿Cuál es la fuerza neta que se ejerce sobre la caja? ¿Cuál es la aceleración de la caja?

13) ¿Qué es lo que nos empuja cuando caminamos? ¿Por qué resulta más fácil caminar sobre una gruesa alfombra que sobre un piso recién encerado?

14) Realice los DCL que corresponden para Lady Lamarr y el trineo. $\vec{F}$ es la fuerza con que Hedy empuja al trineo. Dibuje las fuerzas comparativamente a escala.



15) Si la fuerza que se ejerce sobre una bala cuando se dispara una pistola es igual y opuesta a la fuerza que se ejerce sobre la pistola, ¿no es cero la fuerza resultante? ¿Por qué entonces la bala sale disparada de la pistola? JSR

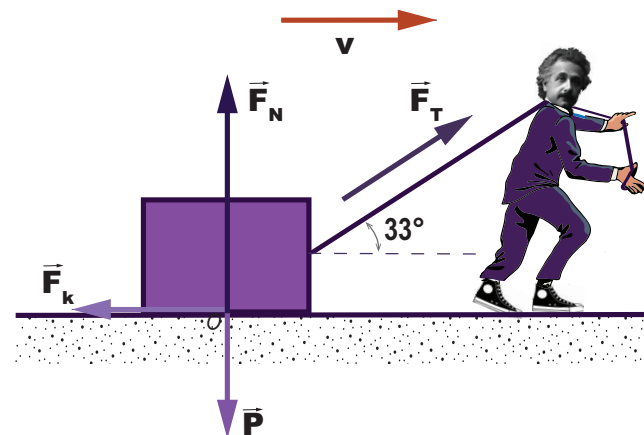
16) Alberto Einstein empuja un carrito de supermercado que en su interior contiene un paquete tal como lo muestra en la figura. Todo el sistema Alberto-carrito-paquete (A-c-p) se mueve a velocidad constante.



a) Realiza los Diagramas de Cuerpo Libre (DCL) para cada parte del sistema (A-c-p) e indica a la interacción de quien con quien corresponden las fuerzas que señales.
b) Señala cuales de todas las Fuerzas que dibujaste en el inciso anterior son pares de acción y reacción.

c) Si sumáramos vectorialmente todas las fuerzas del sistema (A-c-p) ¿Qué dirección y sentido tendrá la $\vec{F}$ resultante?

17) Alberto continúa haciendo ejercicios físicos. En este caso tira mediante una cuerda una caja de 20 Kg de masa y la traslada a una velocidad constante v .



a) Realice los DCL para Alberto y la Caja. Realice un esquema usando una escala comparativa de las fuerzas que dibuja.
b) ¿Qué fuerza F_T debe hacer el genio de la física sobre la caja si la fuerza de rozamiento es de $F_k = 25\text{ N}$?
c) ¿Cuál es el módulo de la F_N (Fuerza Normal)?

A modo de cierre parcial de esta primer etapa en la uni...

Deseamos que la propuesta que se ha trabajado a lo largo de esta etapa presencial haya servido como disparador del “espíritu inquieto” que debe caracterizar a un proceso de enseñanza-aprendizaje universitario.... Donde las preguntas son la búsqueda de lograr una auto evaluación y que pretenden motivar las ansias de progresar en el aprendizaje.

Sabemos que no todos han tenido la oportunidad de trabajar preguntándose y cuestionándose conceptos de Física. La mayoría de las veces puede haber parecido que todo estaba hecho y que era así, sí o sí, y solo había que usar las fórmulas como receta.

La intención y una práctica necesaria para coronar un buen tránsito por el primer año consiste en organizarse, argumentar y aprender a usar las formulas mediante un proceso lógico-deductivo, junto al esfuerzo y compromiso que requiere el intentar hacer realidad los sueños de ser profesionales.

Para ello es menester que mediante el estudio puedas afirmar tus acciones y deducciones, conocer y poder hacer demostraciones sencillas que permitan explicar en forma fluida el problema para que nos ayude en el análisis y de ser posible nos permita predecir un movimiento sencillo como los que hemos visto

Hacia dónde vamos....

En el primer cuatrimestre ya en el cursado del primer año, tendrás Introducción a la Física que permitirá avanzar y profundizar en los cálculos de sistemas de partículas sencillos a través del uso de la dinámica (Leyes de Newton) y hacer una mejor descripción de distintos sistemas en movimiento mediante el uso de ecuaciones de cinemática. Para ello necesitaremos el uso de herramientas de matemática como ecuaciones, funciones trigonométricas, lineales y parabólicas.

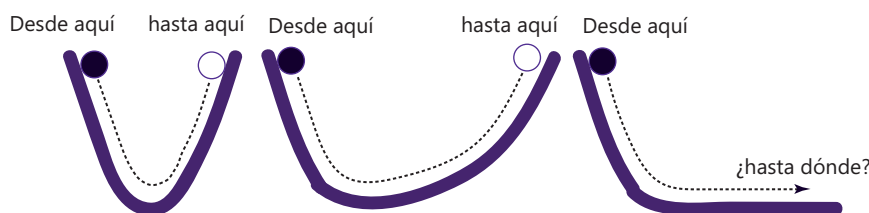
La regularidad en Introducción a la Física te permitirá cursar Física en el segundo cuatrimestre donde ya trabajaremos con modelos de “sistemas de partículas” y otros principios de conservación tales como la energía, la cantidad de movimiento lineal y la angular, en donde las fuerzas pueden ser constantes o variables.

De allí que estos primeros cimientos durante el ingreso, son importantes de consolidar y afianzar. Para este logro confiamos en que este trabajo haya servido en despertarte la inquietud por saber más, ya que es importante el compromiso y esfuerzo por superarse y cambiar porque hemos comprobado que la capacidad de éxito está vigente en cada uno de Uds.

TIPOS DE FUERZAS... HACIENDO UNA CLASIFICACIÓN.

Galileo Galilei (1564 - 1642), el científico más importante del siglo XVI, quien demostró que sólo cuando hay rozamiento -lo que ocurre prácticamente siempre- se requiere una fuerza para mantener un objeto en movimiento. Para probar su aseveración, el estudioso italiano observó que cuando una pelota rodaba cuesta abajo por una superficie inclinada (plano inclinado), iba adquiriendo mayor velocidad. En cambio, si la misma pelota rodaba cuesta arriba por la misma superficie perdía velocidad. ¿Qué pasaría si rodaba sobre un plano horizontal?, se preguntó. Para él, en ausencia total de rozamiento la pelota debería seguir moviéndose para siempre. Una vez en movimiento, no hacía falta empujarla para que siguiera moviéndose.

Para reafirmar su planteo, Galileo colocó un plano inclinado frente al otro y observó que si la pelota se dejaba rodar desde una misma altura, siempre subía por el otro plano prácticamente hasta esa misma altura (porque lógicamente había algo de rozamiento), independientemente de la inclinación del segundo plano. Sólo notó que a medida que disminuía la inclinación de éste, la pelota avanzaba una longitud mayor, como se esquematiza en la siguiente figura.



De la última de las secuencias surge la gran pregunta:

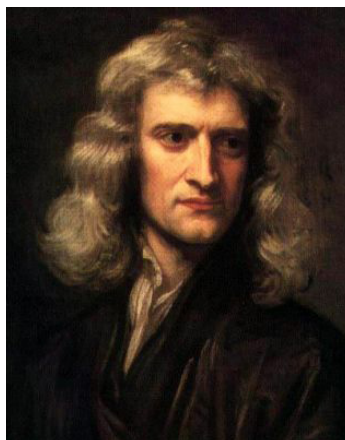
¿Qué ocurriría si el segundo plano se coloca perfectamente horizontal? ¿Qué distancia recorrería la pelota?



Para Galileo, sólo el rozamiento podría evitar que siguiera rodando eternamente o al menos hasta que un factor externo la detuviera (es decir, hasta que otro cuerpo interactuara con ella). Estableció entonces un principio sumamente importante, que siglos después retomaría Newton:

Todo objeto material presenta cierta resistencia a cambiar su estado de movimiento. Y llamó inercia a esa resistencia

Siguiendo el análisis de Galileo, Newton enunció en el año 1665 lo que sería la primera de sus tres leyes del movimiento y que normalmente se conoce como Principio de Inercia:



Un cuerpo que se encuentre en reposo o que siga un movimiento rectilíneo y uniforme seguirá en esa situación hasta tanto actúe una fuerza externa sobre él.

La formulación de las leyes de Newton produjo una verdadera revolución en la historia de la Física, ya que hasta entonces se suponía que el movimiento respondía a los postulados de Aristóteles, para quién lo natural era

que los cuerpos tendieran a estar en reposo en el lugar que les corresponde.

Newton, en cambio, estableció que lo natural es que un cuerpo se mueva siguiendo una trayectoria recta y con velocidad constante. Sólo se detendrá o cambiará su trayectoria si una fuerza externa actúa sobre él.

Además, mientras mayor sea esta fuerza, mayor será el cambio

que sufrirá la cantidad de movimiento que trae el cuerpo esto es lo que indica la **2da Ley de Newton.**

Como ya mencionáramos, hay una tercera ley que "cierra" el formidable razonamiento newtoniano acerca del movimiento de los cuerpos y las causas que lo provocan. **Se trata del Principio de Acción y Reacción o 3er Ley de Newton.**

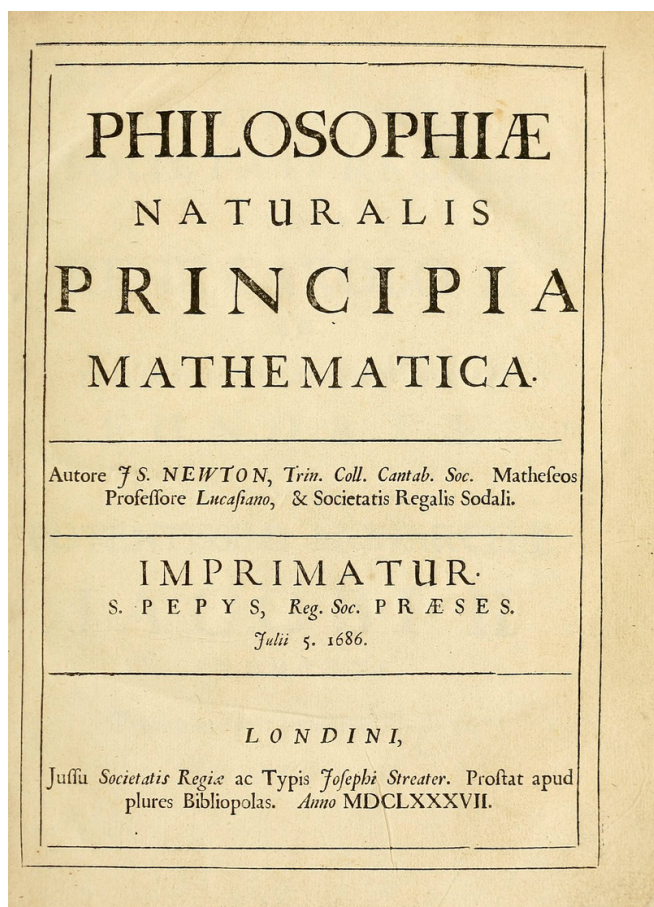
Ahora es un buen momento para hacer un "feedback" o devolución de manera de afianzar lo visto para el caso del auto que se empuja o del libro para que analices los pares de acción y reacción y puedas indicarlos correctamente

En síntesis, según el Principio de Acción y Reacción: cuando un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro (acción), éste ejerce sobre el primero otra fuerza (reacción) de igual magnitud pero distinto sentido a la fuerza acción y que se dibujan en cuerpos diferentes.

Sir Isaac Newton (1643-1727), dedicado al estudio del movimiento de los planetas y a la búsqueda de una teoría general para el movimiento de los cuerpos terrestres y celestes. De su estudio enuncia y fundamenta en julio de 1687 el movimiento general de los cuerpos o teoría general de la Gravitación Universal (*Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*).

Demostó que existe una relación lineal, directa, entre la fuerza que se aplica sobre el cuerpo y la variación en la cantidad de movimiento que esta fuerza produce, considerando que el efecto del cambio de movimiento será mayor cuanto más tiempo actúe la fuerza.

Preguntas para pensar y ejercitar la matemática ¿Matemáticamente que nombre recibe esta relación directa entre la fuerza resultante aplicada y el movimiento del cuerpo?



La física imposible de los dibujos animados

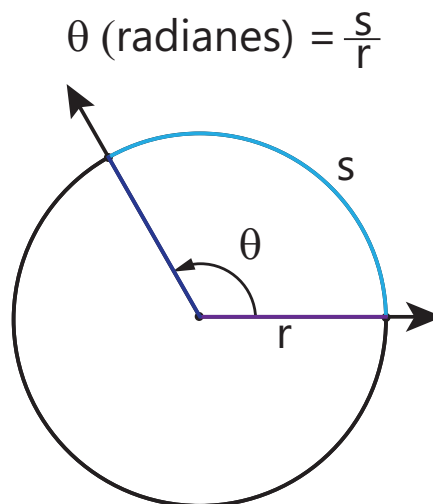
A partir de la tradicional serie de dibujos animados el Coyote y el Correcaminos, esta secuencia propone reflexionar sobre las leyes de la física y cómo se alteran en el mundo de la ficción. Incluye videos y enlaces de consulta.



¿EN QUE SE MIDEN LOS ÁNGULOS?

Se define como "ángulo" al espacio delimitado entre dos semirrectas que tienen un mismo origen.

La figura muestra dos regiones en el plano. Cada una de ellas constituye un ángulo como se ve en la figura, sería posible medir en sentido horario o antihorario partiendo de una de las semirrectas. Por convención, si se mide en sentido de las agujas del reloj, el ángulo es negativo, si se lo hace en sentido contrario, el ángulo es positivo y es el ángulo señalado con el símbolo θ .



Las unidades para medir ángulos son el *grado sexagesimal*, el *radián* y el *grado centesimal*. Seguramente en la escuela secundaria estabas acostumbrado a trabajar con ángulos medidos en grados y nunca oíste hablar de las otras unidades mencionadas.

Un "grado sexagesimal" o simplemente denominada "grado", es una unidad convencional que surge de dividir la circunferencia en 360 partes iguales, y donde cada parte se representa con un grado = 1° .

Así podemos expresar que una circunferencia completa tiene 360° , media circunferencia 180° y un cuarto, 90° . A la vez cada grado 1° , se divide en 60 minutos ($60'$), y cada minuto en 60 segundos ($60''$).

¿Por qué de esta forma? Esta es la manera convencional de medir ángulos y tiempo, en la vida cotidiana se lo conoce como "sistema sexagesimal", se mantiene vigente en la actualidad desde tiempos remotos y tiene su origen en los pueblos árabes.

El sistema sexagesimal es un sistema de numeración posicional vigente que emplea como base aritmética el número 60. Su origen data de la antigua Mesopotamia, en la civilización sumeria y también fue empleado por los árabes y se utiliza para medir tiempos (horas, minutos y segundos) y ángulos (grados) principalmente.

Porque esta base numérica ... la historia nos conduce a nuevos conocimientos en estos tiempos y luego de un transito de muchos años escolares pero que quizá no hayamos visto nunca, para situar el origen del sistema decimal, cuyo nombre y origen se remonta a una manera de enumerar usando los dedos de las manos.

Pero, en la Antigüedad los habitantes de la Mesopotamia, y también los persas, contaban señalando con el dedo pulgar

de la mano derecha, cada una de las 3 falanges de los restantes dedos de la misma mano, comenzando por el meñique. Con este método se puede contar hasta 12. Y para seguir con cifras mayores, cada vez que realizaban esta operación se levanta un dedo de la mano libre —la izquierda— hasta completar 60 unidades (12 falanges derechas x 5 dedos izquierdos = 60 falanges contadas), por lo que este número fue considerado una «cifra redonda», convirtiéndose en una referencia habitual en transacciones y medidas.

Similar suerte corrió el número contado en la mano derecha, el 12, y algunos múltiplos como 24, 180 (12 x 15, o bien 60 x 3) y 360 (12 x 30, o bien 60 x 6). Por esto, el sistema sexagesimal se emparenta en su raíces históricas con el sistema duodecimal. Esta forma de contar con los dedos (hasta 12 y, luego, hasta 60) sigue siendo usada en la actualidad por algunos habitantes del Medio Oriente.

El número 60 tiene la ventaja de tener muchos divisores como: (1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 y 60), con lo que se facilita el cálculo con fracciones. Nótese que 60 es el número más pequeño que es divisible por 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

El uso del número sesenta como base para la medición de ángulos, coordenadas y medidas de tiempo se vincula a la vieja astronomía y a la trigonometría. El triángulo sagrado egipcio el de lados (3, 4, 5), se tiene un cateto primo (3) y la hipotenusa prima (5), pero el cateto compuesto es múltiplo de cuatro y el producto es sesenta.

El uso del sistema sexagesimal para en la medición del tiempo, se basa en algunos conceptos conocidos y usados por nosotros actualmente. Decimos que hay 24 horas en un día, 60 minutos en una hora y 60 segundos en un minuto. Las unidades menores que un segundo se miden con el sistema decimal, decimas o centésimas de segundo.

Por ejemplo, si se tiene un ángulo cuyo valor es 47,57°, y se pide dar el valor del mismo en grados, minutos y segundos. consideramos las razones:

$$\frac{1^\circ}{60} \text{ y } \frac{1'}{60''}$$

a través de una regla de tres se puede encontrar lo buscado. Así entonces 0,57° equivalen a 34,2' y 0,2' son equivalentes a 12". Entonces el verdadero ángulo se escribirá de la siguiente forma: 47° 34' 12".

Una curiosidad importante a modo informativo es el uso de la unidad llamada grado centesimal o gradián. Es importante aclarar que estas unidades mencionadas NO pertenecen al SI. No obstante hay ramas de las ciencias que usan esta unidad llamada grado centesimal o gradián, donde cada uno de los ángulos se obtiene dividiendo la circunferencia en 400 partes iguales. El gradián se indica con una letra g. Podemos decir entonces que una circunferencia completa tiene 400 g, media circunferencia 200 g y un cuarto, 100 g. Otra forma de analizar el uso de esta unidad consiste en dividir el ángulo recto en 100. Si bien esta definición establece su análisis lógico formal tiene su lógica que atendiendo a la definición de metro utilizada en 1889, donde un kilómetro debería corresponder a la longitud de un arco de meridiano cuya amplitud es un minuto centesimal (un gradián dividido en 100 partes), pero que mediciones posteriores y con mayor precisión del tamaño de la Tierra mostraron que existen diferencias.

Dentro de carreras de ciencias e ingeniería en la universidad, si suele ser conveniente trabajar con radianes, que es la unidad del SI con la que se miden los ángulos y que se designa como "rad". Se usará esta unidad a lo largo del cursado de

primer año de Ingeniería, en cinemática y dinámica del movimiento circular, conservación de la cantidad de movimiento angular, entre otros contenidos.

La historia que nos contaron acerca de Colon y su viaje a América puede habernos llevado a crear una imagen falsa y totalmente atemporal. Donde pensamos que fue Colon quien se dio cuenta de la redondez de la tierra. Pero fueron los griegos, y su interés por la cultura egipcia quienes contribuyeron enormemente al desarrollo de la geometría y el estudio de las propiedades de las figuras en el plano o el espacio. El experimento de Eratóstenes citado a continuación es una video movilizador respecto a estos conocimientos de destacar en tiempo y forma y la importancia del razonamiento humano:

Antes que los griegos los egipcios ya planteaban "proporciones" como se trabaja en el texto o puede profundizarse averiguando sobre los teoremas de Thales, o el teorema del seno. trabajaron durante siglos sin tener una definición acabada de ángulo.

En cuanto a los ángulos, al dividir una circunferencia con arcos iguales al radio, esta queda dividida en 6 sectores; se asignó el valor de 60° a cada uno; así, la circunferencia tiene 360° y el ángulo recto 90° (3 veces la mitad de 60).

Este método de calcular unidades también se usa en tipografía, donde las unidades básicas cícero o pica se dividen en doce puntos, que a su vez se dividen en décimas de punto. Se mantienen estas relaciones, así como el tamaño de los tipos de imprenta y de otros elementos de composición tipográfica como las columnas, corondeles o calles, por la comodidad con la que se pueden realizar mentalmente divisiones en medios, cuartos y tercios con puntos tipográficos enteros sin recurrir a decimales.

Durante el Califato Omeya, el sistema sexagesimal fue empleado por los árabes tanto para contar el tiempo como para la geometría y trigonometría, que había evolucionado de los ancestros babilónicos, pasando por el antiguo Egipto y muchas otras culturas. Fueron los árabes, que durante casi 500 años ostentaron todo el potencial científico sin discusión, quienes asentaron el uso del sistema sexagesimal en la cultura moderna y, por muy curiosos que resulte, todavía sigue funcionando a la perfección.

Una consecuencia natural es plantear que relación habrá entre la longitud de un arco y la longitud del radio del círculo sobre el cual se ha trazado dicho arco. Así el ángulo formado por dos radios de una circunferencia, medido en radianes, es igual a la longitud del arco que delimitan los radios dividido por el radio en donde θ es el ángulo, s es la longitud de arco, y r es el radio, como se ve en la figura del comienzo de este material.

Como se obtuvo al dividir el arco por el radio: el resultado es adimensional (es decir, que no tiene unidades de medición) y surge del cociente de unidades básicas de longitud del SI.

Si la longitud del arco "s" es igual al radio "r" se obtiene que la razón tenga como resultado "1" y se dice, entonces, que el ángulo asume el valor de 1 radian.

Es importante la tarea del Laboratorio hecha con elementos circulares encontrada en casa que citamos anteriormente en el cuadernillo. Conceptualmente y dentro de lo que se llama geometría euclidiana, el número π expresa la relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro (no importa cuál sea el valor de dicho diámetro).

El número π es un número irracional ya que tiene infinitas cifras decimales, las 20 primeras de ellas son 3,14159265358979323846..., aunque para los cálculos se puede suponer que es 3,1416. En matemática no sólo se usa para calcular el perímetro de una circunferencia o el cálculo del área de un círculo. Fue la "sorpresa" al conocimiento de la época de no poderlo escribir como un número racional. Es un número muy importante tanto en Física como en Biología y otras áreas de la ciencia.

Su uso en relación a los ángulos se basa en las siguientes proporciones:

$$360^\circ / 2\pi \text{ rad} = 180^\circ / \pi \text{ rad} = 90^\circ / (\pi/4) \text{ rad}$$

Ejemplo: Dado un ángulo cuyo valor es 40° , ¿a cuántos radianes equivale?

Considerando la razón $180^\circ / \pi \text{ rad}$ y a través de una regla de tres simple:

$$\begin{aligned} 180^\circ &\rightarrow \pi \text{ rad} \\ 40^\circ &\rightarrow x = 0,698 \text{ rad} \end{aligned}$$

1) ¿Cuál es el valor en grados de un radian?

2) ¿Cuántos radianes equivale a 1° ?

3) Convertir los siguientes ángulos dados en grados a radianes:

30° ; 45° ; 60° ; 75° ; 90° ; 120° ; 135° ; 150° ; 180°

Expresar los resultados como número decimal y como múltiplo de π . Colocar en una tabla para mostrar de manera ordenada los resultados.

4) Convertir los siguientes ángulos dados en radianes a grados:

$4,75 \text{ rad}$; $6,28 \text{ rad}$; $2/3 \pi \text{ rad}$

